การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้

ของการแจกแจงแบบ Pearson Type III (P3)

โดย

นางสาวจุฑามาศ รอดเนียม

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติประยุกต์

ภาควิชาสถิติ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร

ปีการศึกษา 2552

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้
ของการแจกแจงแบบ Pearson Type III (P3)

โดย
นางสาวจุฑามาศ รอดเนียม

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติประยุกต์
ภาควิชาสถิติ
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร
ปีการศึกษา 2552

AN EFFICIENCY COMPARISON OF SKEW COEFFICIENT ESTIMATORS OF PEARSON TYPE III (P3) DISTRIBUTION

By

Jutamas Rodneum

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree

MASTER OF SCIENCE

Department of Statistics

Graduate School

SILPAKORN UNIVERSITY

2009

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร อนุมัติให้วิทยานิพนธ์เรื่อง "การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ Pearson Type III (P3)" เสนอโดย นางสาวจุฑามาศ รอดเนียม เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์

……..

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย ชินะตังกูร)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่..........เดือน.................... พ.ศ...........

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์

คณะกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กมลชนก พานิชการ)

............/......................../..............

.... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญอ้อม โฉมที)

............/......................../..............

.... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์)

............/......................../..............

50304207 : สาขาวิชาสถิติประยุกต์

คำสำคัญ : ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้/ การแจกแจงแบบ Pearson Type III/ Wilson Hilferty Transformation

จุฑามาศ รอดเนียม : การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ Pearson Type III (P3). อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : ผศ.ดร.กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์. 70 หน้า.

การศึกษาวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่าประมาณของค่าเอนเอียงหรือค่า Bias และค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัว คือ ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u และตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s ในการศึกษาครั้งนี้ได้จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ P3 ด้วยวิธี Wilson Hilferty transformation ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1), (1, 0.25) และ (1, 1) และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ เท่ากับ 20, 50 และ 100 โดยกระทำซ้ำ 5,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 พบว่าตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุดในบรรดาตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้เมื่อเทียบกับตัวประมาณ G_u และ G ในแง่ของค่า Bias ที่ต่ำที่สุด แต่ G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุดในแง่ของค่า RMSE ต่ำสุดเมื่อข้อมูลมีความเบ้น้อย สำหรับข้อมูลที่มีความเบ้ปานกลางและมาก ควรใช้ G และ G_u เป็นตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้สำหรับขนาดตัวอย่างปานกลาง และขนาดตัวอย่างใหญ่ตามลำดับ

ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร ปีการศึกษา 2552

ลายมือชื่อนักศึกษา..

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ....

50304207 : MAJOR : APPLIED STATISTICS

KEY WORDS : SKEW COEFFICIENT ESTIMATORS/PEASON TYPE III DISTRIBUTION/ WILSON HILFERTY TRANSFORMTION

JUTAMAS RODNEUM : AN EFFICIENCY COMPARISON OF SKEW COEFFICIENT ESTIMATORS OF PEARSON TYPE III (P3) DISTRIBUTION. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. KUSAYA PLUNPONGPUN, Ph.D. 70 pp.

This research is an experimental research which has an objective to compare the efficiency of three skew coefficient estimators for Pearson type III (P3) distribution. The estimates of bias (Bias) and root mean square error (RMSE) of three estimators; biased moment estimator, G, unbiased moment estimator, G_u, and unbiased estimator, G_s, are considered. The study is conducted by simulating the Pearson type III data obtained by Wilson Hilferty transformation with mean and standard deviation (μ, σ) equal to (0, 1), (1, 0.25) and (1, 1) for skew coefficients ranging from 0.25 to 3. Sample sizes are 20, 50 and 100. 5,000 replications are done in each combination.

The results of the comparison between three skew coefficient estimators are G_s is the best estimator when compared with G_u and G estimators in lowest Bias. But the G_s estimator performs the best in lowest RMSE for the skewed data. G and G_u estimators are recommended for highly skewed data from the medium and large sample sizes respectively.

Department of Statistics Graduate School, Silpakorn University Academic Year 2009

Student's signature ....

Thesis Advisor's signature ....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนสำคัญในการศึกษาระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์ ซึ่งผู้วิจัยต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ตลอดจนความอดทนและพยายามเพื่อให้สำเร็จเป็นรูปเล่ม ปัจจัยที่สำคัญที่ทำให้วิทยานิพนธ์สำเร็จ เนื่องมาจากความกรุณาของคณาจารย์ผู้ประสิทธิ์ประสาทความรู้ ในโอกาสนี้ผู้วิจัยกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์ สำหรับความเอาใจใส่และความช่วยเหลือคอยให้คำแนะนำทำให้ผ่านพ้นปัญหาต่างๆ ไปได้ และตรวจแก้ไขการเรียบเรียงวิทยานิพนธ์ รวมทั้งเสียสละเวลาทุกเมื่อเพื่อให้งานวิจัยเสร็จสมบูรณ์ด้วยดีมาตลอด

กราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กมลชนก พานิชการ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญอ้อม โฉมที กรรมการผู้ตรวจสอบวิทยานิพนธ์ที่คอยให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ยิ่งต่อผู้วิจัย

กราบขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านในภาควิชาสถิติที่คอยประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้เพื่อให้สามารถนำไปใช้ในการดำเนินชีวิตต่อไปในอนาคต

ขอขอบคุณเพื่อนๆ และพี่ๆ ในสาขาวิชาสถิติประยุกต์ทุกท่านที่คอยให้กำลังใจและช่วยเหลือมาโดยตลอด

สุดท้ายขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ และคุณแม่ ในความรัก ความอบอุ่นที่มีให้ตลอดเวลา และมีกำลังใจในยามท้อถอยและสนับสนุนอย่างดีมาโดยตลอด

สารบัญ

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

ภาพที่ หน้า

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ขบวนการทางอุทกวิทยา (Hydrological process) เปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลาและสถานที่ในลักษณะที่ทำให้สามารถคาดการณ์ได้บางส่วน (Deterministic) และบางส่วนคาดการณ์ไม่ได้ (Random) ขบวนการลักษณะนี้เรียกว่า "ขบวนการสโตแคสติก" (Stochastic process) บางกรณีขบวนการทางอุทกวิทยามีการผันแปรในเชิงสุ่มเพียงอย่างเดียว ซึ่งหมายความว่าค่าที่วัดได้จะไม่มีสหสัมพันธ์ (Correlation) กับค่าอื่นๆ ที่วัดได้จากบริเวณและเวลาที่ใกล้เคียงกัน นักวิจัยทางสิ่งแวดล้อมหลายท่านได้มีการนำหลักการทางสถิติต่างๆ มาใช้ในการวิเคราะห์เพื่ออธิบายลักษณะข้อมูลทางอุทกวิทยาได้แก่ การวิเคราะห์ความถี่ (Frequency analysis) ของน้ำท่วม อัตราการไหลของน้ำ เป็นต้น ในการวิเคราะห์ความถี่จำเป็นต้องเลือกการแจกแจงความน่าจะเป็นที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลเพื่อสามารถให้ค่าประมาณที่ถูกต้องและมีประสิทธิภาพ เช่น U.S. Water Resources Council (1976) เลือกใช้การแจกแจงแบบ Log Pearson type III หรือ LP3 (Log Pearson type III distribution) สำหรับการวิเคราะห์ความถี่ปริมาณน้ำท่วมรายปีในประเทศสหรัฐอเมริกาและมีการศึกษาต่อมาที่สนับสนุนข้อเท็จจริงที่ว่าการแจกแจงแบบ LP3 เป็นการแจกแจงที่เหมาะสมในการอธิบายข้อมูลทางอุทกวิทยาได้อย่างดี อ้างใน Vogel and McMartin (1991) Sangel and Killio (1977) ได้เสนอการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลสามพารามิเตอร์ (Three-parameter lognormal distribution) สำหรับการหาตัวแบบการไหลของข้อมูลน้ำท่วมของเมืองออนตาริโอ (Ontario) Vogel and McMartin (1991) McMahon and Srikanthan (1981) แนะนำให้ใช้การแจกแจงแบบ LP3 และการแจกแจงแบบ Pearson type III หรือ P3 (Pearson type III distribution) สำหรับการวิเคราะห์ความถี่ของน้ำท่วมในประเทศออสเตรเลีย เป็นต้น Bobee and Robitaille (1977) ได้อธิบายว่าการแจกแจงแบบ P3 เป็นการแจกแจงที่มีความเหมาะสมสำหรับอธิบายข้อมูลทางอุกทกวิทยาเนื่องจากการแจกแจงแบบ P3 เปลี่ยนรูปตามพารามิเตอร์ Vogel and McMartin (1991) ได้ศึกษากราฟความน่าจะเป็นสำหรับการแจกแจงแบบ P3 และ LP3 โดยใช้สถิติทดสอบ PPCC และศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ PPCC เพื่อใช้ตรวจสอบการแจกแจงแบบ P3

เมื่อสมมติฐานทางเลือกมีการแจกแจงแบบปกติ ลอกนอร์มอล ยูนิฟอร์ม และกัมเบล (Gumbel distribution) นอกจากนี้ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัวคือ ตัวประมาณ G, G_u และ G_r สำหรับ Vogel and Fennessey (1993) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความผันแปร (Coefficient of variation : CV) และสัมประสิทธิ์ความเบ้ (G) ระหว่างวิธี Product Moment ทั่วไป กับวิธี L Moment โดยใช้ข้อมูลปริมาณน้ำท่วมเฉลี่ยต่อวัน ในเมือง Massachusetts ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ ($n \geq 500$) นอกจากนี้ยังทำการจำลองแบบข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โลเพื่อแสดงให้เห็นถึงค่า Bias ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความแปรผันและสัมประสิทธิ์ความเบ้จากวิธี Product Moment สำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ และเมื่อสัมประสิทธิ์ความแปรผันมีค่ามาก จากการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลสองพารามิเตอร์ และการแจกแจงแบบ Generalized Pareto (GPA) แล้วประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้จากวิธี Product Moment และพิจาณาค่า Bias และค่า RMSE

เนื่องจากการแจกแจงแบบ P3 หรือเรียกได้อีกอย่างว่าการแจกแจงแบบแกมมาสามพารามิเตอร์ (Three-parameter gamma distribution) โดยมีพารามิเตอร์ตัวที่สามคือ พารามิเตอร์ตำแหน่ง (Location parameter) เป็นการแจกแจงที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางเพื่ออธิบายลักษณะการแจกแจงข้อมูลทางอุทกวิทยาและเป็นการแจกแจงที่น่าสนใจ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาการแจกแจงแบบ P3 และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติหรือตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่าประมาณของค่าเอนเอียงหรือค่า Bias (Estimate of Bias or Bias) และค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่า RMSE (Estimate of root mean squared error or RMSE) ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัว คือ ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G (Biased moment estimator of skew coefficient) เสนอโดย Craig (1929) ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u (Unbiased moment estimator of skew coefficient) เสนอโดย Bobee and Robitaille (1977) โดยมีการดัดแปลงจากวิธี Wallis et al. (1974a, b) และตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s (Unbiased estimator of skew coefficient) ซึ่งเป็นตัวประมาณความเบ้ที่มีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted skew estimator) เสนอโดย Tasker and Stedinger (1986) ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้นั้นกระทำภายใต้ข้อมูลจำลองที่มีการแจกแจงแบบ P3 โดยอาศัยวิธี Wilson Hilferty transformation (Wilson และ Hilferty (1931))

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษาการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ P3 ด้วยวิธี Wilson Hilferty transformation

2. ศึกษาวิธีการหาค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 จากตัวประมาณสามตัว คือ ตัวประมาณ G, G_u และ G_s

3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 ทั้งสามตัว คือ ตัวประมาณ G, G_u และ G_s

ขอบเขตของการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่าประมาณของค่าเอนเอียงหรือค่า Bias และค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัว คือ ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ขอบเขตของการวิจัยมีดังต่อไปนี้

1. การแจกแจงที่ใช้ คือ การแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1), (1, 0.25) และ (1, 1)

2. ขนาดตัวอย่าง n ที่ใช้ เท่ากับ 20, 50 และ100 ในที่นี้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 แทนตัวอย่างขนาดเล็ก ขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 50 แทนตัวอย่างขนาดปานกลาง และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 แทนตัวอย่างขนาดใหญ่

3. กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 โดยเริ่มจากค่า 0.25, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 ถึง 3 โดยแบ่งกลุ่มดังนี้

3.1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ เท่ากับ 0.25, 0.5 และ 1 แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่มีค่าน้อย

3.2 ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ เท่ากับ 1.5 และ 2 แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่มีค่าปานกลาง

3.3 ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ เท่ากับ 2.5 และ 3 แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่มีค่ามาก

4. ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 ในการศึกษาดังนี้

4.1 ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G

4.2 ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u

4.3 ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s

ในครั้งนี้ผู้วิจัยใช้การจำลองข้อมูลด้วยวิธีการมอนติคาร์โล (Monte Carlo method) ซึ่งเป็นการศึกษาในรูปแบบของการจำลองสถานการณ์ที่มีการทำซ้ำ 5,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด และอาศัยโปรแกรมทางสถิติ MINITAB 11 for windows ช่วยในการศึกษาและวิเคราะห์ผล

ประโยชน์ของการวิจัย

1. ทำให้ทราบถึงวิธีการจำลองข้อมูลของวิธี Wilson Hilferty transformation รวมถึงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3
2. ทำให้ทราบว่าตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ระหว่างตัวประมาณ G, G_u และ G_s ว่าตัวประมาณใดมีประสิทธิภาพสูงสุดในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด
3. อาจเป็นประโยชน์ในการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลทางอุทกวิทยาต่อไป

นิยามศัพท์เฉพาะ

ค่าเอนเอียง (Bias) คือ ผลต่างระหว่างค่าคาดหมายของตัวประมาณ $\hat{\theta}$ กับพารามิเตอร์ θ ค่าเอนเอียงของตัวประมาณ $\hat{\theta}$ ถูกนิยามโดย

$$\mathrm{Bias}(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta \quad \text{สำหรับทุกค่าของ } \theta \in \Omega$$

รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root mean squared error)

ถ้า $\hat{\theta}_n = w_n(X_1, X_2, ..., X_n)$ เป็นตัวประมาณที่ขึ้นกับตัวอย่างสุ่มขนาด n แล้วความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean squared error) ของตัวประมาณ $\hat{\theta}_n$ เป็นฟังก์ชันของ θ และถูกนิยามโดย

$$\mathrm{MSE}(\hat{\theta}_n) = E(\hat{\theta}_n - \theta)^2$$

ดังนั้น รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย คือ

$$\mathrm{RMSE}(\hat{\theta}_n) = \sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\theta}_n)}$$

ประสิทธิภาพของตัวประมาณ เกณฑ์ในการตัดสินว่าตัวประมาณใดดีที่สุดในบรรดาตัวประมาณที่สนใจศึกษา โดยวัดประสิทธิภาพของตัวประมาณจากค่าประมาณของค่าเอนเอียงและค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย เพื่อสะดวกในการเขียนงานวิจัยครั้งนี้ขอใช้ "ค่า Bias และค่า RMSE" แทน ตามลำดับ

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ Pearson type III หรือ P3 (Pearson type III distribution) นั้นผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างๆ โดยทำการรวบรวมและนำเสนอสาระสำคัญที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. การแจกแจงของประชากรที่ใช้ในการศึกษา
2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การแจกแจงของประชากร (Distribution of population)

การแจกแจงของประชากร หมายถึง การแจกแจงของค่าที่สนใจศึกษาจากทุกหน่วยของประชากร ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรหรือทดสอบสมมติฐานที่สนใจ โดยส่วนใหญ่มักมีข้อกำหนดเบื้องต้นว่า กลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาได้นั้นมาจากประชากรที่ทราบมาแล้วว่ามีลักษณะการแจกแจงข้อมูลเป็นแบบใด เช่น การแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบปัวซอง เป็นต้น สิ่งสำคัญที่จะช่วยให้ทราบลักษณะของการแจกแจงมีอยู่ 4 ประการคือ ตำแหน่งกึ่งกลาง ความแปรปรวน ความเบ้และความโด่ง

ตำแหน่งกึ่งกลาง เป็นการวัดค่าที่อยู่ตรงกลางของการแจกแจงในที่นี้คือค่าเฉลี่ย

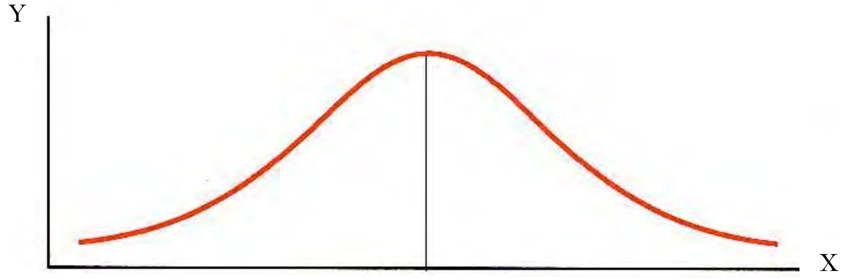
ความแปรปรวน บอกลักษณะการกระจายของกลุ่มถ้าข้อมูลทั้งหมดมีค่าเข้าใกล้ค่าความแปรปรวนจะมีค่าน้อยที่สุด

ความเบ้ บอกความสมมาตรหรือไม่สมมาตรของการแจกแจง

ความโด่ง บอกลักษณะของการแจกแจงว่าโด่งมาก หรือโด่งน้อย

ลักษณะข้อมูลตามลักษณะของการแจกแจงแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. ลักษณะแบบสมมาตร การแจกแจงของข้อมูลที่มีลักษณะสมมาตร จะเป็นข้อมูลที่เบี่ยงเบนจากค่ากลางไปในทางบวกและลบพอ ๆ กัน หรือเป็นข้อมูลที่มีการกระจายสม่ำเสมอข้อมูลที่มีลักษณะสมมาตรนั้น ค่าเฉลี่ย (Mean) ค่ามัธยฐาน (Median) และค่าฐานนิยม (Mode) จะเท่ากัน เส้นโค้งจะมีลักษณะเป็นรูประฆังคว่ำและมีความโด่งตามสัดส่วนที่เหมาะสม ได้แก่การแจกแจงแบบปกติเป็นต้น ในภาพที่ 1 แสดงลักษณะข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบสมมาตร



การแจกแจงแบบสมมาตร

ภาพที่ 1 ลักษณะข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบสมมาตร

2. ลักษณะแบบไม่สมมาตร การแจกแจงของข้อมูลที่มีลักษณะไม่สมมาตร จะมีการกระจายของข้อมูลไม่สม่ำเสมอ ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน ค่าฐานนิยม ของข้อมูลไม่อยู่ในตำแหน่งเดียวกัน มีลักษณะเส้นโค้งของการแจกแจงผิดจากเส้นโค้งปกติโดยสิ่งที่มีผลต่อลักษณะของการแจกแจงที่เบี่ยงเบนออกไป ทำให้โค้งของการแจกแจงมีลักษณะไม่สมมาตรอันหนึ่ง คือ ความโด่ง (Kurtosis) และความเบ้ (Skewness)

ความโด่ง การวัดเส้นโค้งของการแจกแจงว่ามีความโด่งมากน้อยเพียงไรนั้น วัดได้จากค่าความโด่ง การวัดค่าความโด่งด้วยวิธีโมเมนต์ (Moment) ดีที่สุด เพราะได้ใช้ข้อมูลทุกค่ามาคำนวณจึงให้ค่าแน่นอนกว่าวิธีอื่น การแจกแจงที่สมมาตรจะมีค่าความโด่งเท่ากับ 3

ลักษณะความโด่งของโค้งการแจกแจง แบ่งออกได้ 3 ลักษณะ

1. ความโด่งแบบพลาติเคอร์ติค (Platykurtic) เป็นการแจกแจงที่มีความ โด่งต่ำกว่าความโด่งของการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าความโด่งน้อยกว่า 3

2. ความโด่งแบบเมโซเคอร์ติค (Mesokurtic) เป็นการแจกแจงที่มีความโด่งเท่ากับความโด่งของการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าความโด่งเท่ากับ 3

3. ความโด่งแบบเลปโตเคอร์ติค (Leptokurtic) เป็นการแจกแจงที่มีความโด่งมากกว่าแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าความโด่งมากกว่า 3

การคำนวณหาค่าความโด่ง $b_2 = \frac{h_4}{h_2}$

โดย h_k คือ โมเมนต์ที่ k รอบค่าเฉลี่ย และ $h_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^k}{n}$

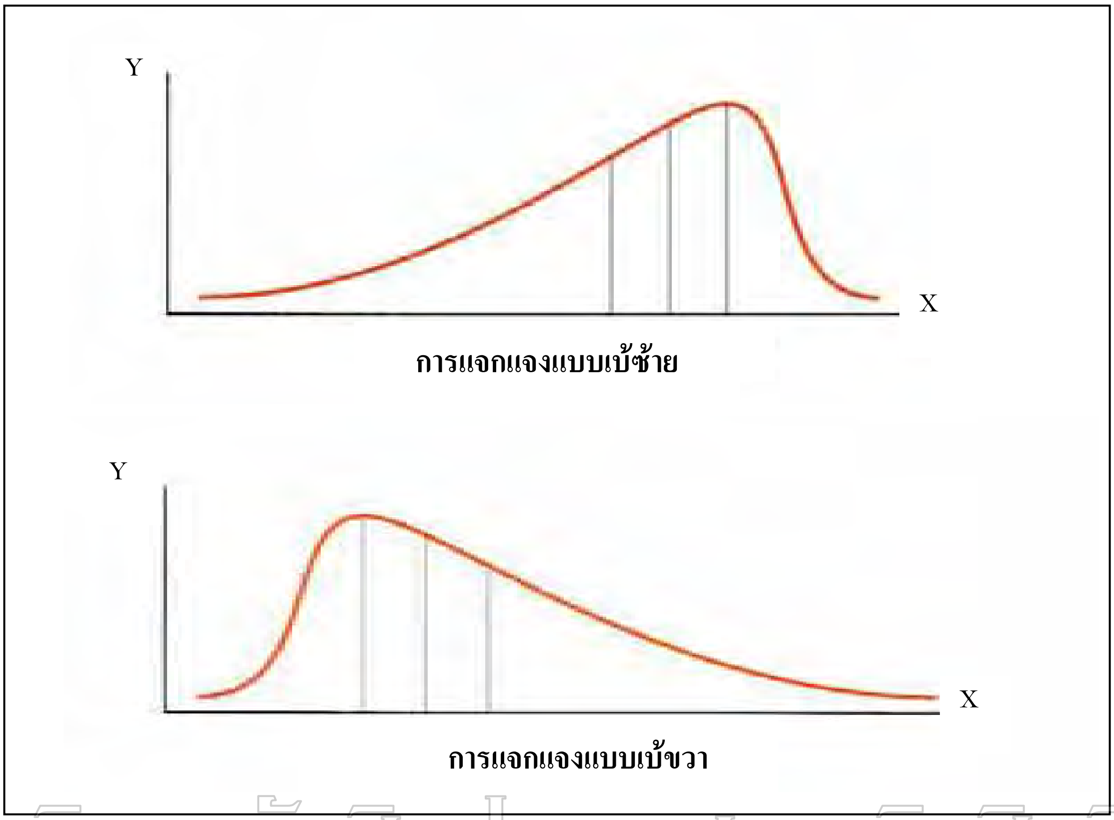
ค่า b_2 คือ ตัวประมาณของ β_2 โดยที่ $\beta_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^4}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu^2)^2}$

ความเบ้ ข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบไม่สมมาตร อาจมีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบเบ้ขวา (Positive skewness) ซึ่งลักษณะของเส้นโค้งด้านขวามีหางยาวกว่าปกติ การแจกแจงแบบนี้ค่าฐานนิยมจะเล็กที่สุด ตามด้วยค่ามัธยฐาน และค่าเฉลี่ย จะเป็นค่าที่ใหญ่ที่สุด หรือแบบเบ้ซ้าย (Negative skewness) ซึ่งมีลักษณะของเส้นโค้งด้านซ้ายมีหางยาวกว่าปกติ การแจกแจงแบบนี้ค่าเฉลี่ยจะเล็กที่สุด ตามด้วย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยมจะเป็นค่าที่ใหญ่ที่สุด การวัดค่าความเบ้ด้วยวิธีโมเมนต์ดีที่สุด เพราะได้ใช้ข้อมูลทุกค่ามาคำนวณจึงให้ค่าแน่นอนกว่าวิธีอื่นๆ การแจกแจงที่สมมาตรจะมีค่าความเบ้เป็น 0 ส่วนการแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ขวาจะมีค่าความเบ้ มากกว่า 0 และการแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ซ้าย จะมีค่าความเบ้น้อยกว่า 0 ในภาพที่ 2 แสดงลักษณะข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเบ้ซ้าย และการแจกแจงแบบเบ้ขวา

การคำนวณหาค่าความเบ้ $\sqrt{b_1} = \frac{h_3}{h_2^{3/2}}$

โดย h_k คือ โมเมนต์ที่ k รอบค่าเฉลี่ย และ $h_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^k}{n}$

ค่า $\sqrt{b_1}$ คือ ตัวประมาณของ $\sqrt{\beta_1}$ โดยที่ $\sqrt{\beta_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^3}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu^2)^{\frac{3}{2}}}$



ภาพที่ 2 ลักษณะข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเบ้ซ้าย การแจกแจงแบบเบ้ขวา

การแจกแจงของประชากรที่ใช้ในการศึกษา

การแจกแจงแบบแกมมาสองพารามิเตอร์ (Two-parameter gamma distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมาสองพารามิเตอร์สามารถเขียนสัญลักษณ์แทนได้ด้วย $X \sim G(\lambda,\beta)$ มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function) คือ

$$f(x)=\frac{\beta^{\lambda}\, x^{\lambda-1}\, e^{-\beta x}}{\Gamma(\lambda)} \tag{1}$$

โดยที่ β คือ พารามิเตอร์สเกล และ $\beta > 0$

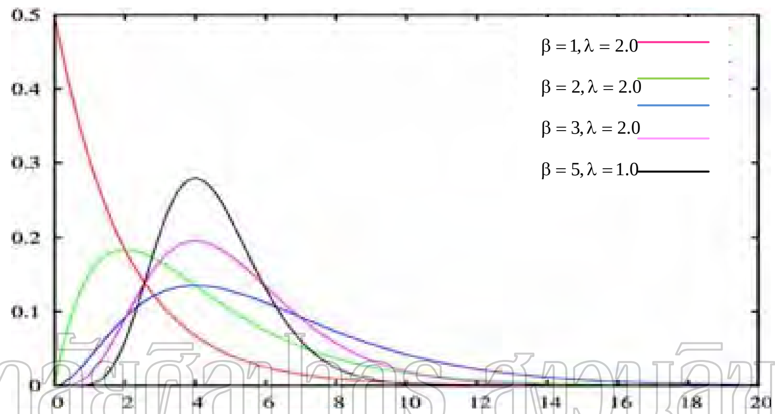
λ คือ พารามิเตอร์แสดงรูปร่าง และ $\lambda > 0$

การแจกแจงแบบแกมมาสองพารามิเตอร์มีพารามิเตอร์ β และ λ มีความสัมพันธ์กับตัวแปรสุ่ม X ดังต่อไปนี้

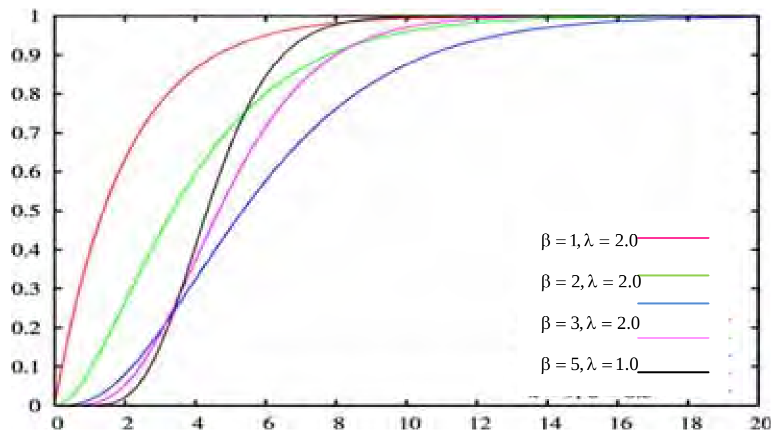
ค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ $\dfrac{\lambda}{\beta}$

ความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ $\dfrac{\lambda}{\beta^2}$

ความเบ้ (γ) เท่ากับ $\dfrac{2}{\lambda}$



ภาพที่ 3 ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบแกมมาสองพารามิเตอร์กรณี β และ λ ต่าง ๆ



ภาพที่ 4 ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative distribution function) ของการแจกแจงแบบแกมมาสองพารามิเตอร์ กรณี β และ λ ต่าง ๆ

การแจกแจงแบบ Pearson type III หรือ P3 (Pearson type III distribution)

ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงแบบ Pearson type III หรือ P3 คือ

$$f(x)=\frac{|\beta|}{\Gamma(\lambda)}\left[\beta(x-m)\right]^{\lambda-1}e^{-\beta(x-m)} \tag{2}$$

โดยที่ m คือ พารามิเตอร์ตำแหน่ง และ $-\infty < m < \infty$

β คือ พารามิเตอร์สเกล

λ คือ พารามิเตอร์แสดงรูปร่าง

เมื่อ $\beta > 0$, ค่าของ X มีความเบ้เป็นบวกโดยที่ $m \le x \le +\infty$ เมื่อ $\beta < 0$, ค่าของ X มีความเบ้เป็นลบโดยที่ $-\infty \le x \le m$ ดังนั้น m คือขอบเขตล่างของตัวแปรสุ่ม P3 ที่มีความเบ้เป็นบวก และ m คือ ขอบเขตบนของตัวแปรสุ่ม P3 ที่มีความเบ้เป็นลบ พารามิเตอร์ β, λ และ m มีความสัมพันธ์กับตัวแปรสุ่ม X ดังต่อไปนี้

ค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ $m+\frac{\lambda}{\beta}$

ความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ $\frac{\lambda}{\beta^2}$

ความเบ้ (γ) เท่ากับ $\frac{2\beta}{|\beta|\lambda^{1/2}}$

การแจกแจงแบบแกมมาสองพารามิเตอร์คือกรณีพิเศษของการแจกแจงแบบ P3 เมื่อพารามิเตอร์ตำแหน่ง m เท่ากับศูนย์ นอกจากนี้ถ้าตัวแปรสุ่ม $X=\ln(Y)$ มีการแจกแจงแบบ P3 จะได้ว่าตัวแปร $Y=e^X$ และ Y มีการแจกแจงแบบ Log Pearson type III หรือ LP3 (Log Pearson type III distribution)

กราฟความน่าจะเป็นสำหรับการแจกแจง P3

กราฟความน่าจะเป็นได้ใช้กันอย่างกว้างขวางในวิศวกรรมทรัพยากรน้ำ ผู้ศึกษาส่วนมากจะเลือกใช้กราฟความน่าจะเป็นในด้านการตัดสินใจด้านวิศวกรรม โดยทั่วๆ ไป กราฟความน่าจะเป็นแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสังเกตที่มีการเรียงลำดับ $x_{(i)},\ i=1,\dots,n$ กับฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (CDF) โดยที่เทอม M_i นิยามดังนี้

$$M_i = F^{-1}\left(\hat{F}\left(x_{(i)}\right)\right) \quad (3a)$$

$$M_i = F^{-1}\left(p_{(i)}\right) \quad (3b)$$

โดยที่เทอม $p_i = \hat{F}\left(x_{(i)}\right)$ คือ Plotting position (จะกล่าวในตอนต่อไป) แทนตำแหน่งของการพลอตกราฟเป็นค่าประมาณของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่สอดคล้องกับค่าสังเกตลำดับที่ i

D'Agostino and Stephens (1986) ได้แสดงรายละเอียดเกี่ยวกับการสร้างกราฟความน่าจะเป็นและวิธีการทดสอบภาวะสารูปสนิทดีที่มีความเกี่ยวข้องสำหรับการแจกแจงพื้นฐานมากมาย เช่น กรณีการแจกแจงแบบแกมมา และได้อ้างเหตุผลว่าการแจกแจงนี้มีความสำคัญและแม้จะใช้การ transformation ก็ตามไม่สามารถหารูปแบบที่ง่าย ที่ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์สเกล และพารามิเตอร์ตำแหน่ง สำหรับ Wilk et al. (1962) ได้แสดงวิธีการสร้างกราฟความน่าจะเป็นสำหรับการแจกแจงแบบ P3 และการแจกแจงแบบ LP3 โดยการหาค่า M_i จากค่าอินเวอร์สของการแจกแจงแบบ P3 คือ K_i

อินเวอร์ส ของการแจกแจงแบบ P3

ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ P3 นิยามดังนี้

$$F(x) = \int_m^x f(x)dx \qquad ,\gamma > 0$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx \qquad ,\gamma < 0 \quad (4)$$

ซึ่งรูปแบบที่ซับซ้อนของ $f(x)$ ในสมการที่ (2) คือหาไม่ได้ง่ายนัก โชคดีที่มีผู้ศึกษาจำนวนมากได้พัฒนาสูตรการหาอินเวอร์สของการแจกแจงแบบ P3 โดยประมาณ เช่น Chowdhury and Stedinger (1991) ได้แสดงสูตรวิธีการหาค่าประมาณของอินเวอร์สของการแจกแจงแบบ P3 คือค่าของ K_i 5 วิธี และทำการเปรียบเทียบความถูกต้องของการประมาณค่าทั้ง 5 วิธีของ K_i ที่มีการปรับให้เป็นค่ามาตรฐาน (Standardized) แล้ว และอยู่ในรูปของ M_i สามารถเขียน ได้ดังนี้

$$M_i = \mu + \sigma K_i \quad (5)$$

ในการหาค่า K_i มีผู้เสนอไว้หลายวิธี เช่น ในบทความทรัพยากรน้ำของ Vogel and McMartin (1991) ได้ใช้ K_i เป็นปัจจัยวิเคราะห์ความถี่สำหรับการแจกแจงแบบ P3 การประมาณค่าด้วยวิธีการทั้งหมดให้ค่าประมาณของ K_i ในเทอมของสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ และ $\Phi^{-1}(p_i)$ คือ อินเวอร์สของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมแบบปกติมาตรฐาน Chowdhury and Stedinger (1991) ได้สรุปว่าสูตรของ Bobee (1979) เป็นสูตรที่ดีสำหรับการหาค่า K_i เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ในช่วง $-2.0 \le \gamma \le 5.0$ เป็นต้น

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

Wilson Hilferty Transformation

Wilson and Hilferty (1931) ได้เสนอวิธี Wilson Hilferty transformation เพื่อใช้ในการหาค่า K_i ซึ่งเป็นค่าอินเวอร์สของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ P3 ที่มีการปรับให้เป็นค่ามาตรฐาน (Standardized P3 random variable) เพื่อใช้ในการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ P3 วิธีการนี้จะให้ค่า K_i ค่อนข้างถูกต้องสำหรับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ $\gamma \le 1.0$ และอาจจะเป็นค่าประมาณพอเพียง (Sufficient estimate) สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ เท่ากับ 2 ข้อมูลจำลองที่มีการแจกแจงแบบ P3 โดยอาศัยวิธี Wilson Hilferty transformation สามารถหาได้จากสมการที่ (6) ดังต่อไปนี้

$$x_i = \mu + \sigma K_i \qquad , i = 1, 2, \ldots, n \tag{6}$$

ในที่นี้ค่า $$K_i = \frac{2}{\gamma}\left(1 + \frac{\gamma z_i}{6} - \frac{\gamma^2}{36}\right)^3 - \frac{2}{\gamma}$$

โดยที่ x_i คือ ข้อมูลจำลองที่มีการแจกแจงแบบ P3
μ คือ ค่าเฉลี่ยที่กำหนด
σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่กำหนด
γ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่กำหนด
z_i คือ ข้อมูลจำลองที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน
และ n คือ ขนาดตัวอย่าง

ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้วิธี Wilson Hilferty transformation ในการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ย μ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ และขนาดตัวอย่าง n ที่กำหนด

ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3

วิธีการหาตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 มีผู้เสนอหลายวิธี ได้แก่ Craig (1929) เสนอตัวประมาณเอนเอียงที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G ส่วน Bobee and Robitaille (1977) ได้มีการดัดแปลงวิธีของ Wallis et al. (1974a, b) อ้างใน Vogel and McMartin (1991) ในการหาตัวประมาณไม่เอนเอียงที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u นอกจากนี้ Tasker and Stedinger (1986) ได้เสนอตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s Vogel and McMartin (1991) ได้เสนอตัวประมาณ G_r คือค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ทำให้ค่า r ของสถิติทดสอบ PPCC มีค่าสูงสุด เป็นต้น ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พิจารณาตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s โดยทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณทั้งสามตัว คือ ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s แสดงดังต่อไปนี้

1. ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G (Biased moment estimator of skew coefficient) นิยามดังนี้

$$G = \frac{1}{S^3}\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^3}{n} - 3\overline{X}S^2 - \overline{X}^3\right] \tag{7}$$

2. ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u (Unbiased moment estimator of skew coefficient) นิยามดังนี้

$$G_u = \overline{G}\left[\left(1+\frac{6.51}{n}+\frac{20.2}{n^2}\right)+\left(\frac{1.48}{n}+\frac{6.77}{n^2}\right)\overline{G}^2\right] \tag{8}$$

โดยที่ $\overline{G}$ คือ ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ตัวอย่างสำหรับตัวอย่างขนาด n จากการแจกแจงแบบ P3 (ปกติใช้ G แทนเนื่องจากมีเพียงตัวอย่างเดียว)

3. ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s เป็นตัวประมาณความเบ้ที่มีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted skew estimator) เสนอโดย Tasker and Stedinger (1986) นิยามดังนี้

$$G_s = \left(1+\frac{6}{n}\right)\frac{n\sum_{i=1}^{n}\left(X-\overline{X}\right)^3}{(n-1)(n-2)S^3} \tag{9}$$

โดยที่ $S = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n} - \overline{X}^2\right]^{\frac{1}{2}}$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

และ n คือ ขนาดตัวอย่าง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

โสธรัตน์ อินสว่าง (2544) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การประเมินการแจกแจงความถี่ที่เหมาะสมในการพยากรณ์ขนาดของน้ำหลากสำหรับประเทศไทย มีวัตถุประสงค์เพื่อหาวิธีการแจกแจงความถี่ที่เหมาะสมในการพยากรณ์ขนาดของน้ำหลากสำหรับประเทศไทย ข้อมูลพื้นฐานที่นำมาใช้คือ ข้อมูลปริมาณน้ำหลากสูงสุดรายปีของสถานีวัดน้ำท่าจำนวน 159 สถานี ซึ่งมีสถิติข้อมูลตั้งแต่ 10 ปีขึ้นไป และพิจารณาเลือกฟังก์ชันการแจกแจงความถี่ 4 แบบ คือการแจกแจงแบบกัมเบล, ลอกนอร์มอลสองพารามิเตอร์, P3 และ LP3 โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ 2 วิธีคือ วิธีโมเมนต์ และวิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood) และใช้วิธีการทดสอบความเหมาะสมของการแจกแจงแบบไคสแควร์ และ KS ผลการวิเคราะห์พบว่าจากการทดสอบด้วยวิธีไคสแควร์ของฟังก์ชันการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลสองพารามิเตอร์ และการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ผลการทดสอบได้ดีที่สุดสำหรับสถานีวัดน้ำท่าในภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ และภาคกลาง โดยคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ ของจำนวนสถานีที่ให้ผลการทดสอบได้ดีที่สุดต่อจำนวนสถานีที่นำมาทำการทดสอบทั้งหมดเท่ากับ 37.04, 41.94 และ 47.06 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ ในขณะที่สถานีวัดน้ำท่าในภาคตะวันออกและภาคใต้พบว่าการแจกแจงแบบกัมเบล โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด ให้ผลการทดสอบได้ดีที่สุดเท่ากับ 45.83 และ 45.95 เปอร์เซ็นต์ตามลำดับ เนื่องจากการทดสอบด้วยวิธีไคสแควร์

ควรมีจำนวนช่วงชั้นไม่น้อยกว่า 5 ช่วงชั้น และในแต่ละช่วงชั้นควรมีค่าคาดหวังไม่น้อยกว่า 5 ค่า ดังนั้นข้อมูลที่นำมาพิจารณาควรมีค่าช่วงปีสถิติข้อมูลไม่น้อยกว่า 25 ปี จึงทำให้ผลการทดสอบเป็นที่น่าเชื่อถือ แต่ในการศึกษานี้มีจำนวนข้อมูลที่มีช่วงปีสถิติน้อยกว่า 25 ปี เป็นจำนวนถึง 71 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้นวิธีการทดสอบแบบไคสแควร์ จึงนับว่าเป็นวิธีการทดสอบที่ไม่เหมาะสมเท่าที่ควรในการศึกษาครั้งนี้ จึงพิจารณาเลือกการทดสอบด้วยวิธี KS กับฟังก์ชันการแจกแจงแบบ LP3 โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด ให้ผลการทดสอบที่ดีที่สุดสำหรับสถานีวัดน้ำท่าในภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคกลางและภาคตะวันออก คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของจำนวนสถานีที่ให้ผลการทดสอบที่ดีที่สุดต่อจำนวนสถานีที่นำมาทดสอบทั้งหมดเท่ากับ 29.62, 22.65, 35.30 และ 33.33 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ สำหรับสถานีวัดน้ำท่าในภาคใต้ ฟังก์ชันการแจกแจงแบบ P3 โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ผลการทดสอบได้ดีที่สุดเท่ากับ 29.7 เปอร์เซ็นต์ การแจกแจงที่เหมาะสมที่ถูกนำมาประเมินปริมาณน้ำหลากสูงสุดโดยพิจารณาทั้งลุ่มน้ำรวมดังวิธีการต่อไปนี้ 1) หาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำหลากสูงสุดรายปีเฉลี่ยและพื้นที่ลุ่มน้ำโดยใช้วิธีการวิเคราะห์การถดถอยในรูปแบบความสัมพันธ์ $Q=aA^b$ ซึ่งให้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง 0.70 ถึง 0.98 แสดงว่ามีความสัมพันธ์กันในเกณฑ์ดีเป็นที่ยอมรับได้ 2) ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนของปริมาณน้ำหลากสูงสุดรายปีเฉลี่ยและรอบปีการเกิดซ้ำ ความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นสามารถนำไปใช้ประมาณค่าปริมาณน้ำหลากสูงสุดเพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบอาคารชลศาสตร์ในลุ่มน้ำซึ่งจุดหรือที่ตั้งอาคารที่จะออกแบบไม่มีข้อมูลปริมาณน้ำหลาก

Vogel and McMartin (1991) ได้ศึกษากราฟความน่าจะเป็นสำหรับการแจกแจงแบบ P3 และ LP3 โดยใช้สถิติทดสอบ PPCC กำหนดขนาดตัวอย่าง $n = 10, 15, 25, 50, 75, 100, 200$ และ 500 โดยมีค่าเฉลี่ย $\mu = 1$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sigma = 0.25$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ $\gamma = 0.01, 1, 2, 3, 4$ และ 5 และแบ่งการศึกษากราฟความน่าจะเป็นสามวิธี โดยวิธีที่หนึ่งได้ใช้ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_u และใช้ค่า plotting position ของ Blom (1958) วิธีที่สองใช้ความเบ้จริง(True skew) และใช้ค่า plotting position ของ Blom (1958) วิธีที่สามใช้ความเบ้จริง (True skew) และใช้ค่า plotting position ของ Nguyen (1989) โดยสถิติทดสอบ PPCC สามารถสรุปความเป็นเชิงเส้นของกราฟความน่าจะเป็น นอกจากนี้ได้ศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ PPCC สำหรับแจกแจงแบบปกติ ลอกนอร์มอล ยูนิฟอร์ม และกัมเบล โดยการจำลองตัวอย่างสุ่มจำนวน 20,000 ชุดตัวอย่าง ขนาดตัวอย่าง $n = 10, 25$ และ 100 โดยมีค่าเฉลี่ย $\mu = 1$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sigma = 0.25$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ $\gamma = 0, 1, 2$ และ 3 กำหนดระดับนัยสำคัญ $q = 0.05$ พบว่าอำนาจการทดสอบจะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและเมื่อความเบ้ที่กำหนดมี

ค่าใกล้เคียงกับความเบ้ของประชากรที่ศึกษาอำนาจการทดสอบจะมีค่าค่อนข้างต่ำ นอกจากนี้สถิติทดสอบ PPCC มีอำนาจการทดสอบสูงเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม ดังนั้น โดยวิธีการของ Vogel (1989) และ Kroll (1991) สถิติทดสอบ PPCC เป็นการรวมเครื่องมือพื้นฐานเกี่ยวกับกราฟความน่าจะเป็นกับการทดสอบสมมติฐานเฉพาะ (At – site) ที่สามารถขยายไปยังการทดสอบสมมติฐานทั่วไป (Region) นอกจากนี้ Vogel and McMartin (1991) แนะนำการใช้การแจกแจง LP3 สำหรับตัวแบบการไหลน้ำท่วมและตัวแปรทางอุทกวิทยาอื่นๆ นอกจากนี้ในช่วงท้ายของการวิจัยมีการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้สามตัว คือ ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_r พบว่าตัวประมาณ G_r มีค่า Bias และค่า RMSE ต่ำกว่าตัวประมาณ G และ G_u ทุกกรณี ตัวประมาณ G_u มีประสิทธิภาพสูงกว่าตัวประมาณ G แทบทุกกรณี

Vogel and Fennessey (1993) ได้ทำการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (Coefficient of Variation: CV) และสัมประสิทธิ์ความเบ้ (G) ระหว่างวิธี Product Moment ทั่วไปกับวิธี L Moment เนื่องมาจากวิธี Product Moment ให้ค่า Bias และความเบี่ยงเบนมาตรฐานสูงเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก สำหรับการแจกแจงแบบปกติ ส่วนวิธี L Moment เป็นวิธีที่ให้ตัวประมาณที่ใกล้เคียงกับตัวประมาณไม่เอนเอียง และไม่มีข้อจำกัดเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก โดยใช้ข้อมูลปริมาณน้ำท่วมเฉลี่ยต่อวัน ในเมือง Massachusetts ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งเป็นข้อมูลขนาดใหญ่ ($n \geq 500$) แสดงให้เห็นว่าวิธี Product Moment แทบจะจำแนกการแจกแจงของปริมาณน้ำท่วมเฉลี่ยต่อวันไม่ได้เลย ขณะที่วิธี L Moment สามารถจำแนกการแจกแจงในสมมติฐานทางเลือกได้ดี นอกจากนี้ยังทำการจำลองแบบข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โลเพื่อแสดงให้เห็นถึงค่า Bias ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความแปรผันและสัมประสิทธิ์ความเบ้จากวิธี Product Moment สำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ และเมื่อสัมประสิทธิ์ความแปรผันมีค่ามาก โดยการจำลองแบบข้อมูล 10,000 ชุด ที่มีขนาดตัวอย่าง n = 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1,000 และ 5,000 จากการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลสองพารามิเตอร์ และการแจกแจงแบบ Generalized Pareto (GPA) ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน CV = 1, 2, 5 และ 10 แล้วประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้จากวิธี Product Moment และพิจาณาค่า Bias และค่า RMSE ผลการศึกษาจากการจำลองแบบข้อมูลนี้ พบว่าทั้งสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (CV) และสัมประสิทธิ์ความเบ้ (G) มีค่า Bias สูง เมื่อ CV เกิน 5 ถึงแม้ว่าตัวอย่างจะมีขนาดใหญ่ก็ตาม ($n \geq 1000$) นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อสัมประสิทธิ์ความแปรผันเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า Bias และค่า RMSE สำหรับการประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ เพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่า Bias และค่า RMSE ลดลง

Shabri (2002) ได้ทำการศึกษา Unbiased plotting position สำหรับการแจกแจงแบบ P3 ตัวประมาณควอนไทล์ที่ดีที่สุดที่ได้จาก plotting position จะเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงและมีค่า

RMSE ต่ำที่สุดในบรรดาตัวประมาณทั้งหมด สถิติ PPCC ถูกใช้ในการตรวจสอบความเหมาะสมของการแจกแจงแบบ P3 ของข้อมูลปริมาณน้ำมากที่สุดแต่ละปีจากคาบสมุทรประเทศมาเลเซีย ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า plotting position สอดคล้องกับ linear probability plots เมื่อสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เข้าใกล้ 1 เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE และ RMAE (Root mean absolute error) พบว่าสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull distribution) จะดีกว่าการแจกแจงอื่น ๆ

Griffis and Stedinger (2009) ได้ทำการศึกษาความถูกต้องในการหาค่าประมาณควอนไทล์ (Quantile) ของการเกิดน้ำท่วมซึ่งขึ้นอยู่กับสถานที่เก็บข้อมูล ในการปรับปรุงความถูกต้องของตัวประมาณควอนไทล์ให้ดีขึ้นจะต้องมีการรวม station skew กับ regional skew โดยใช้อินเวอร์สของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือ MSE เป็นน้ำหนักในการปรับ ซึ่งน้ำหนักนี้จะให้ค่า MSE ของตัวประมาณความเบ้ที่น้อยที่สุด แต่จะไม่ให้ค่า MSE ของตัวประมาณควอนไทล์ที่น้อยที่สุดเมื่อค่าจริงของ site skew เป็น 0 ซึ่งในงานวิจัยได้พิสูจน์หาน้ำหนักที่เหมาะสมที่ทำให้ค่า MSE ของตัวประมาณความเบ้ที่น้อยที่สุด นอกจากนี้ยังทำการจำลองแบบข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โลโดยใช้น้ำหนักที่แตกต่างกัน สำหรับค่าของ regional skew ที่เหมาะสมทำให้ค่าMSE ของตัวประมาณควอนไทล์ลดลง เมื่อความเบ้ตัวอย่างถูกรวมกับ regional skew การใช้น้ำหนักของตัวประมาณควอนไทล์ที่เหมาะสมทำให้ค่า MSE ของตัวประมาณควอนไทล์ลดลงมากกว่าของตัวประมาณความเบ้ที่น้อยที่สุด

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การศึกษาวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่าประมาณของค่าเอนเอียงหรือค่า Bias และค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัว คือ ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u และตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัว คือ ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u และตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. จำลองตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ P3 โดยวิธี Wilson Hilferty transformation แสดงในสมการที่ (6) ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1), (1, 0.25) และ (1, 1) ขนาดตัวอย่าง n ที่ใช้ เท่ากับ 20, 50 และ 100 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

2. คำนวณค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณเอนเอียง G จากสมการที่ (7)

3. คำนวณค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u จากสมการที่ (8)

4. คำนวณค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s จากสมการที่ (9)

5. ดำเนินการในขั้นตอนที่ 1 – 4 โดยกระทำซ้ำ 5,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ

6. คำนวณค่าประมาณของค่าเอนเอียงหรือค่า Bias ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณทั้งสามโดยใช้สูตร

$$\mathrm{Bias}(\hat{\gamma}) = \frac{\sum_{i=1}^{5,000} \hat{\gamma}_i}{5,000} - \gamma$$

โดยที่ $\hat{\gamma}_i$ คือ ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณในครั้งที่ i, i = 1, 2, …, 5,000

และ γ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่กำหนด

ในที่นี้การพิจารณาค่า Bias ที่ต่ำที่สุด หมายถึง การพิจารณาจากขนาดของค่า Bias ที่ต่ำที่สุด (ในรูปของค่าสัมบูรณ์โดยไม่คำนึงถึงเครื่องหมาย)

7. คำนวณค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณทั้งสามโดยใช้สูตร

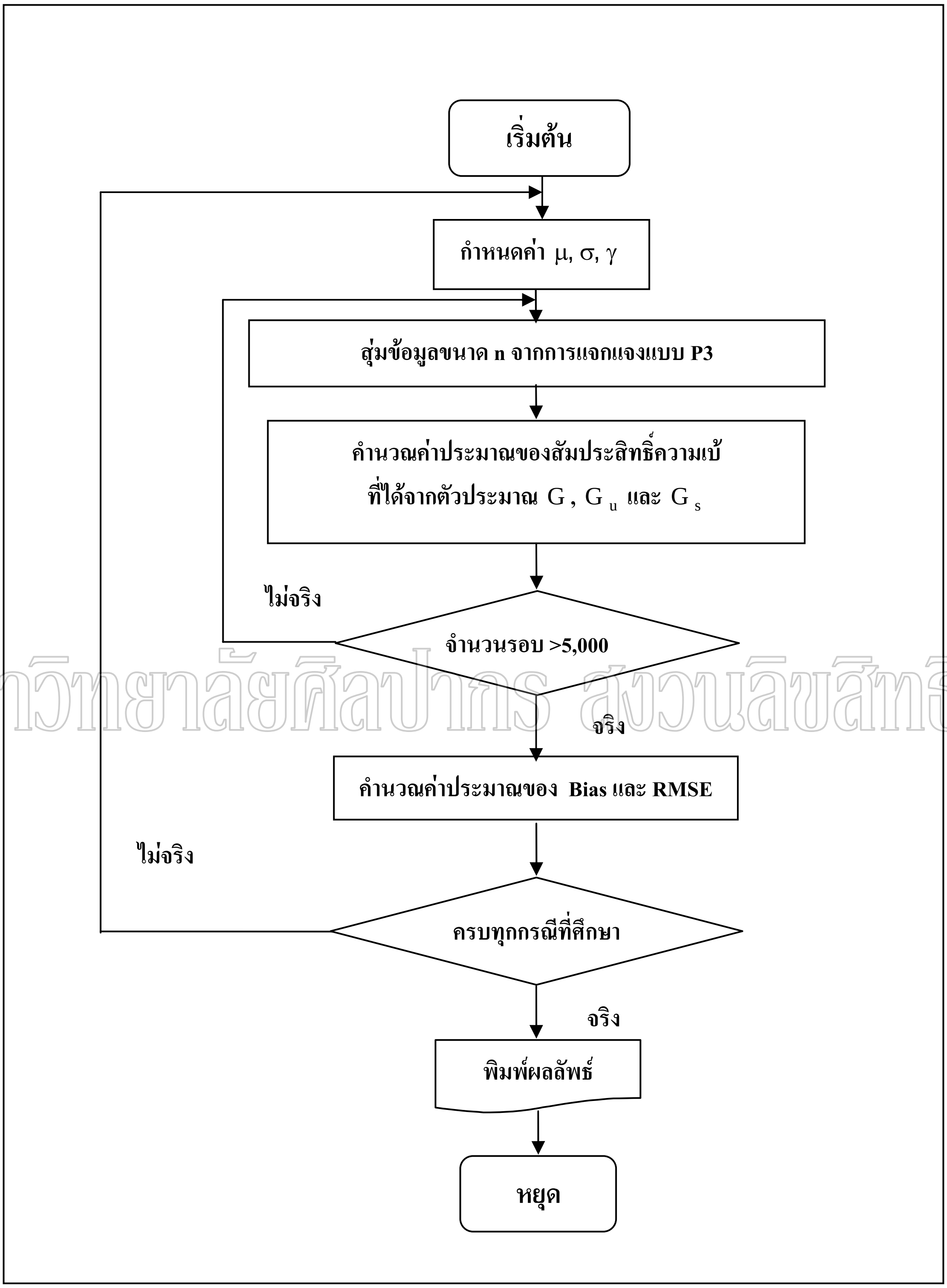
$$\mathrm{RMSE}(\hat{\gamma}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5,000} (\hat{\gamma}_i - \gamma)^2}{5,000}}$$

โดยที่ $\hat{\gamma}_i$ คือ ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณในครั้งที่ i, i = 1, 2, …, 5,000

และ γ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่กำหนด

8. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณ โดยพิจารณาจากขนาดของค่า Bias และค่า RMSE ที่ต่ำที่สุด ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ

สำหรับการศึกษาวิจัยครั้งนี้สามารถสรุปขั้นตอนการดำเนินการวิจัยได้ดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 สรุปขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่าประมาณของค่าเอนเอียงหรือค่า Bias และค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัว คือ ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u และตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1), (1, 0.25) และ (1, 1) ขนาดตัวอย่างที่ใช้ n เท่ากับ 20, 50 และ 100 และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 สามารถสรุปผลการเปรียบเทียบได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1)

กรณีที่ 2 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25)

กรณีที่ 3 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 1)

กรณีที่ 4 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1) และ (1, 1)

กรณีที่ 5 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) และ (1, 1)

กรณีที่ 1 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) ดังแสดงในตารางที่ 1 และภาพที่ 6

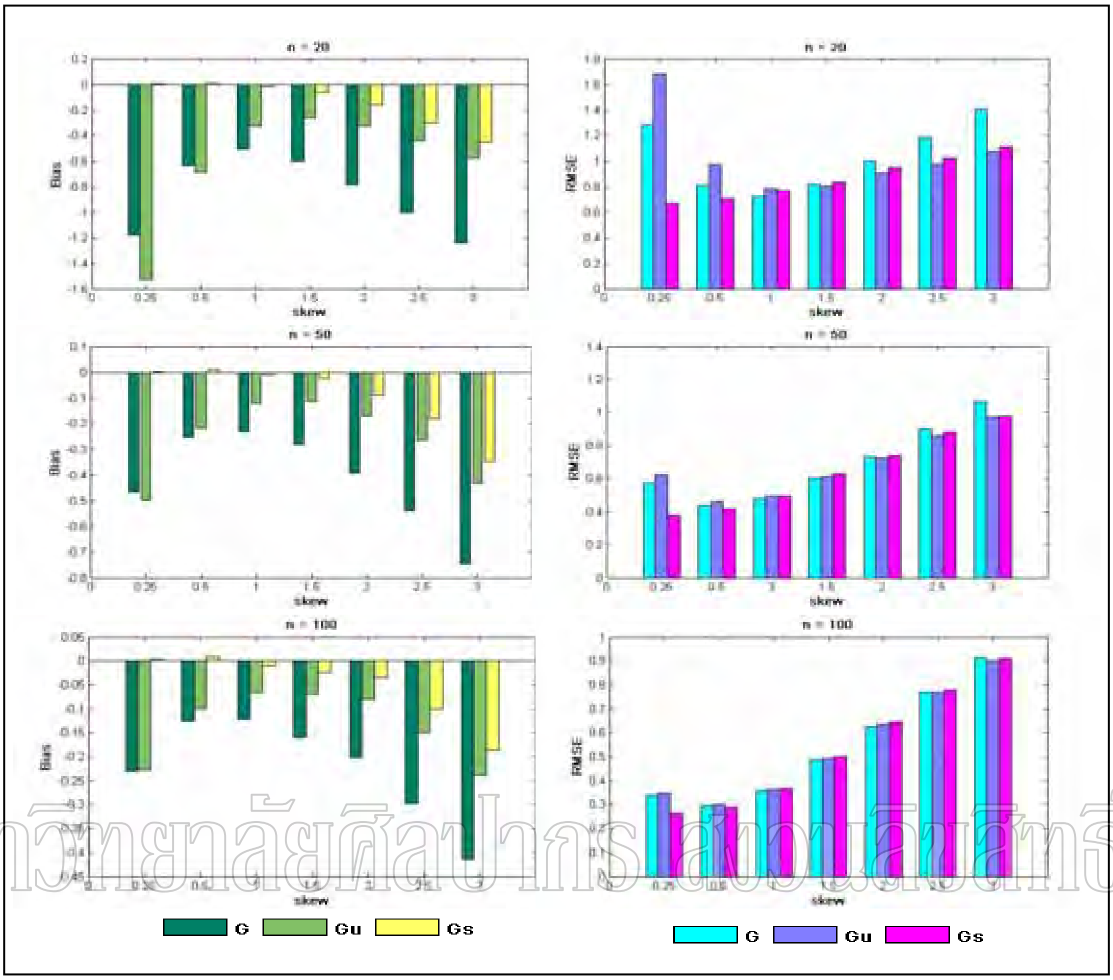
ตารางที่ 1 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ในช่วง 0.25 ถึง 3 สำหรับ $n = 20, 50$ และ 100

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้	**ค่า Bias** $[\hat{\gamma}]$			**ค่า RMSE** $[\hat{\gamma}]$		
(γ)	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$
			n = 20			
0.25	-1.180	-1.529	**0.002**	1.284	1.682	**0.671**
0.5	-0.636	-0.687	**0.010**	0.807	0.970	**0.705**
1	-0.508	-0.323	**-0.014**	**0.727**	0.785	0.767
1.5	-0.603	-0.266	**-0.061**	0.818	**0.805**	0.832
2	-0.783	-0.325	**-0.163**	0.994	**0.904**	0.946
2.5	-1.004	-0.440	**-0.299**	1.187	**0.977**	1.019
3	-1.241	-0.578	**-0.449**	1.405	**1.077**	1.115
			n = 50			
0.25	-0.466	-0.497	**0.002**	0.571	0.622	**0.379**
0.5	-0.254	-0.220	**0.011**	0.437	0.461	**0.416**
1	-0.231	-0.124	**-0.012**	**0.480**	0.495	0.497
1.5	-0.281	-0.113	**-0.025**	**0.599**	0.612	0.628
2	-0.393	-0.171	**-0.089**	0.732	**0.723**	0.740
2.5	-0.538	-0.266	**-0.181**	0.897	**0.860**	0.877
3	-0.745	-0.433	**-0.346**	1.067	**0.972**	0.978

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้	**ค่า Bias $[\hat{\gamma}]$**			**ค่า RMSE $[\hat{\gamma}]$**		
(γ)	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$
n = 100						
0.25	-0.230	-0.229	**0.003**	0.337	0.348	**0.264**
0.5	-0.126	-0.100	**0.008**	0.295	0.302	**0.289**
1	-0.123	-0.065	**-0.009**	**0.360**	0.367	0.368
1.5	-0.160	-0.070	**-0.025**	**0.485**	0.494	0.501
2	-0.201	-0.081	**-0.035**	**0.623**	0.634	0.645
2.5	-0.298	-0.150	**-0.101**	**0.768**	0.770	0.781
3	-0.413	-0.239	**-0.186**	0.913	**0.901**	0.910

ตัวเข้ม หมายถึง ขนาดของค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ที่ต่ำที่สุด



ภาพที่ 6 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ในช่วง 0.25 ถึง 3 สำหรับ $n = 20, 50$ และ 100

เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 ในตารางที่ 1 และภาพที่ 6 สามารถสรุปรายละเอียดตามขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20

สำหรับการพิจารณาค่า Bias พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ต่ำที่สุดทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง คือ มีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias ต่ำรองลงมา ยกเว้นเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ

G กลับให้ค่า Bias ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u แทน สำหรับการพิจารณาค่า RMSE เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G และ G_u เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 1 พบว่าตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_s และ G_u ตามลำดับ และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 1.5 ถึง 3 พบว่าตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด

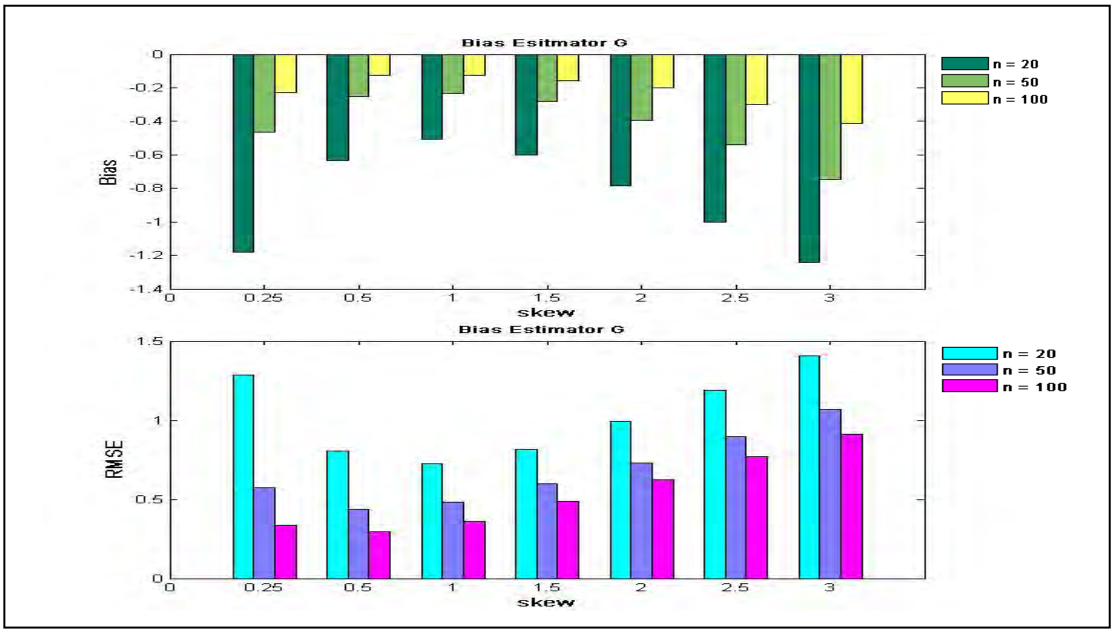
เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

สำหรับการพิจารณาค่า Bias พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ต่ำที่สุดสำหรับทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงเช่นกัน รองลงมาคือตัวประมาณ G_u ยกเว้นเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 0.25 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u สำหรับการพิจารณาค่า RMSE เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G และ G_u ตามลำดับ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 1 ถึง 1.5 พบว่าตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u และ G_s แทน เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 2 ถึง 3 พบว่าตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_s และ G ตามลำดับ

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

สำหรับการพิจารณาค่า Bias สำหรับทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u และ G ตามลำดับ สำหรับการพิจารณาค่า RMSE เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G และ G_u ตามลำดับ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 1 ถึง 2.5 พบว่าตัวประมาณ G กลับให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u และ G_s ตามลำดับ และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 3 พบว่าตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด ดังนั้นเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าน้อยตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าปานกลางและมีค่ามากตัวประมาณ G เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุดยกเว้นกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าสูงมากพบว่าตัวประมาณ G_u เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด

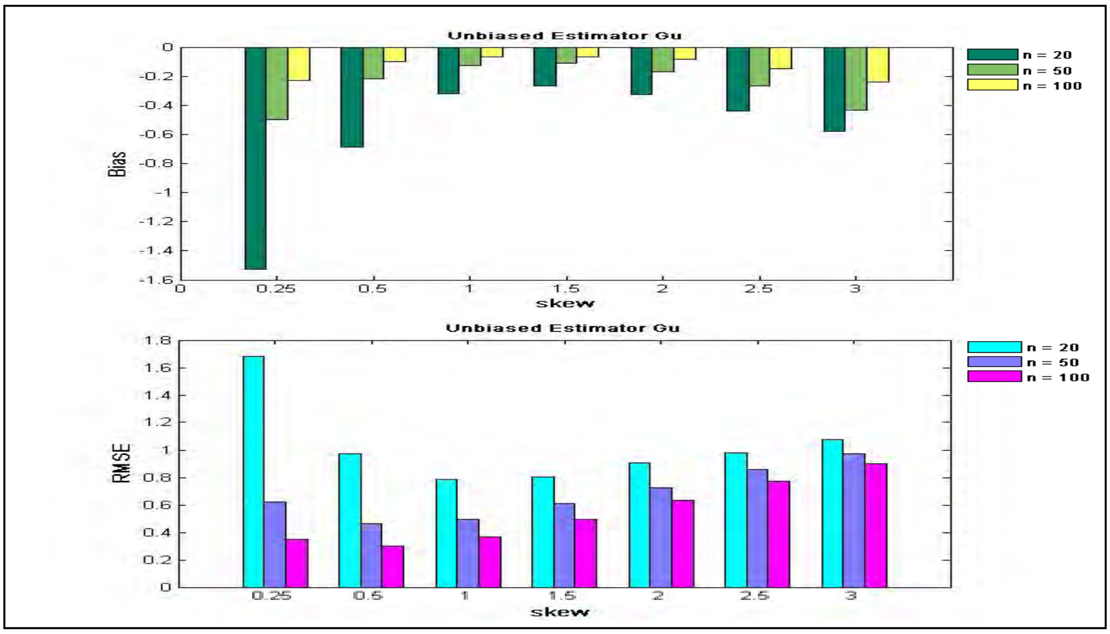
จากข้อมูลในตารางที่ 1 เมื่อทำการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และขนาดตัวอย่างเปลี่ยนไปสามารถสรุปผลแสดงดังภาพที่ 7 - 9 ตามลำดับดังนี้



ภาพที่ 7 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณเอนเอียง G ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 7 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณ G มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาจากค่า Bias พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง

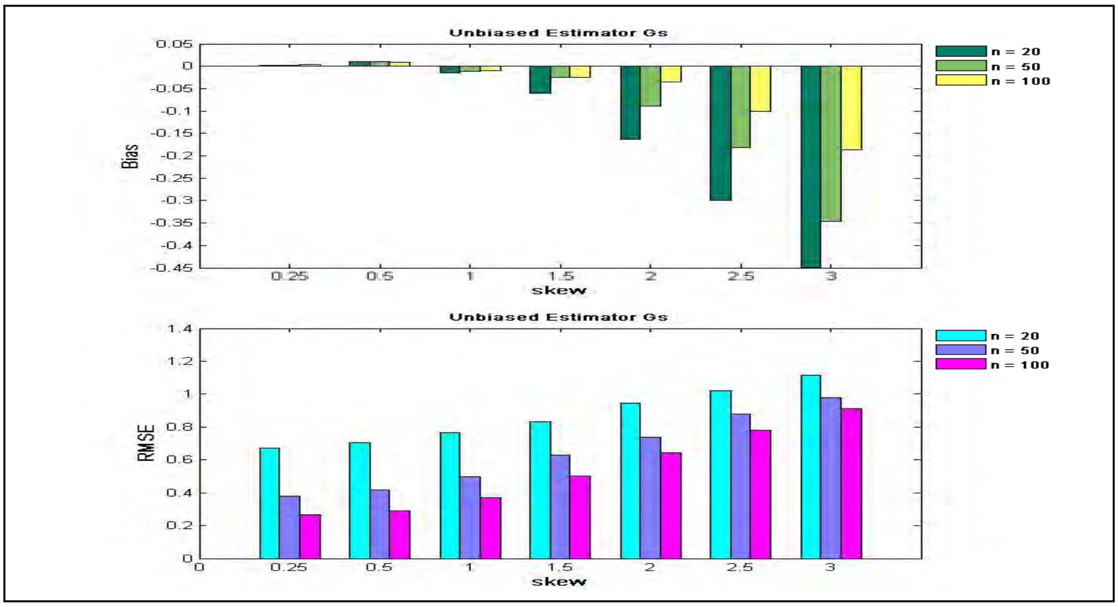
แต่เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n = 20)$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 1 ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ลดลง แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1.5 ถึง 3 ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นและเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่ $(n = 50, 100)$ พบว่าเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ลดลง และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้น



ภาพที่ 8 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 8 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณ G_u มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาจากค่า Bias พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 1.5 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 2 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง

แต่เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n = 20)$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 1 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ลดลง แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นและเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่ $(n = 50, 100)$ พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ลดลง ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้น



ภาพที่ 9 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 9 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณ G_s มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาจากค่า Bias พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง

แต่เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง

จากภาพที่ 7 - 9 สรุปได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสามลดลง นอกจากนี้ผลการเปรียบเทียบค่า Bias ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) ทั้งสามขนาดตัวอย่าง พบว่าตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u ยกเว้นเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ และขนาดตัวอย่างเล็ก ($\gamma = 0.25$ และ 0.5, $n = 20$) หรือขนาดตัวอย่างปานกลาง ($\gamma = 0.25$, $n = 50$) ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u

เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสาม พบว่าเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าน้อย ($\gamma = 0.25$ และ 0.5) ตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G และตัวประมาณ G_u ตามลำดับ แต่เมื่อค่า

สัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าปานกลางสำหรับทุกขนาดตัวอย่างตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่ามากสำหรับทุกขนาดตัวอย่างตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดแทน

กรณีที่ 2 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) ดังแสดงในตารางที่ 2 และภาพที่ 10

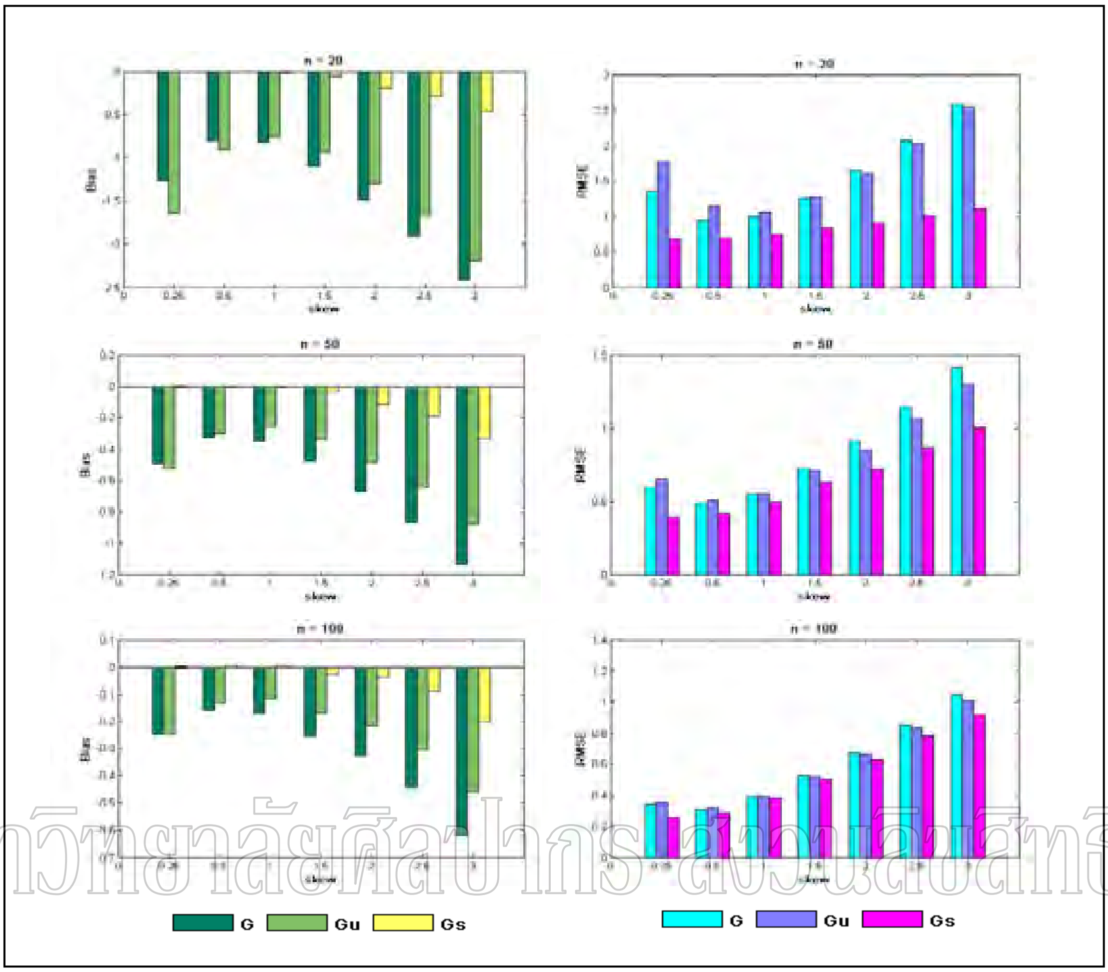
ตารางที่ 2 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ในช่วง 0.25 ถึง 3 สำหรับ $n = 20, 50$ และ 100

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้	**ค่า Bias** $[\hat{\gamma}]$			**ค่า RMSE** $[\hat{\gamma}]$		
(γ)	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$
			n = 20			
0.25	-1.259	-1.639	**-0.005**	1.361	1.787	**0.682**
0.5	-0.800	-0.913	**-0.002**	0.946	1.148	**0.701**
1	-0.825	-0.760	**-0.012**	0.990	1.069	**0.753**
1.5	-1.095	-0.942	**-0.058**	1.261	1.277	**0.838**
2	-1.490	-1.299	**-0.187**	1.651	1.625	**0.914**
2.5	-1.906	-1.683	**-0.287**	2.076	2.029	**1.013**
3	-2.413	-2.192	**-0.469**	2.593	2.552	**1.113**
			n = 50			
0.25	-0.492	-0.525	**0.006**	0.598	0.652	**0.390**
0.5	-0.327	-0.303	**-0.004**	0.487	0.510	**0.416**
1	-0.349	-0.259	**-0.006**	0.554	0.554	**0.498**
1.5	-0.475	-0.334	**-0.034**	0.728	0.710	**0.635**
2	-0.668	-0.483	**-0.112**	0.913	0.858	**0.719**
2.5	-0.870	-0.644	**-0.188**	1.147	1.068	**0.865**
3	-1.137	-0.879	**-0.330**	1.419	1.307	**1.001**

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ)	**ค่า Bias** $[\hat{\gamma}]$			**ค่า RMSE** $[\hat{\gamma}]$		
	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$
n = 100						
0.25	-0.247	-0.246	**0.002**	0.344	0.355	**0.257**
0.5	-0.156	-0.133	**0.008**	0.311	0.316	**0.290**
1	-0.169	-0.113	**0.008**	0.392	0.394	**0.382**
1.5	-0.252	-0.168	**-0.025**	0.527	0.522	**0.500**
2	-0.326	-0.214	**-0.037**	0.670	0.660	**0.631**
2.5	-0.444	-0.306	**-0.090**	0.853	0.836	**0.786**
3	-0.619	-0.459	**-0.200**	1.047	1.011	**0.923**

ตัวเข้ม หมายถึง ขนาดของค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ที่ต่ำที่สุด



ภาพที่ 10 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ในช่วง 0.25 ถึง 3 สำหรับ $n = 20, 50$ และ 100

เมื่อพิจารณาผลการศึกษาเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 ในตารางที่ 2 และภาพที่ 10 สามารถสรุปรายละเอียดตามขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20

สำหรับการพิจารณาค่า Bias พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ต่ำที่สุดทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง คือ มีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias ต่ำ

รองลงมา ยกเว้นเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G กลับให้ค่า Bias ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_u แทน สำหรับการพิจารณาค่า RMSE พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง คือ มีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 1.5 พบว่าตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 2 ถึง 3 พบว่าตัวประมาณ G_u กลับให้ค่า Bias ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s แทน

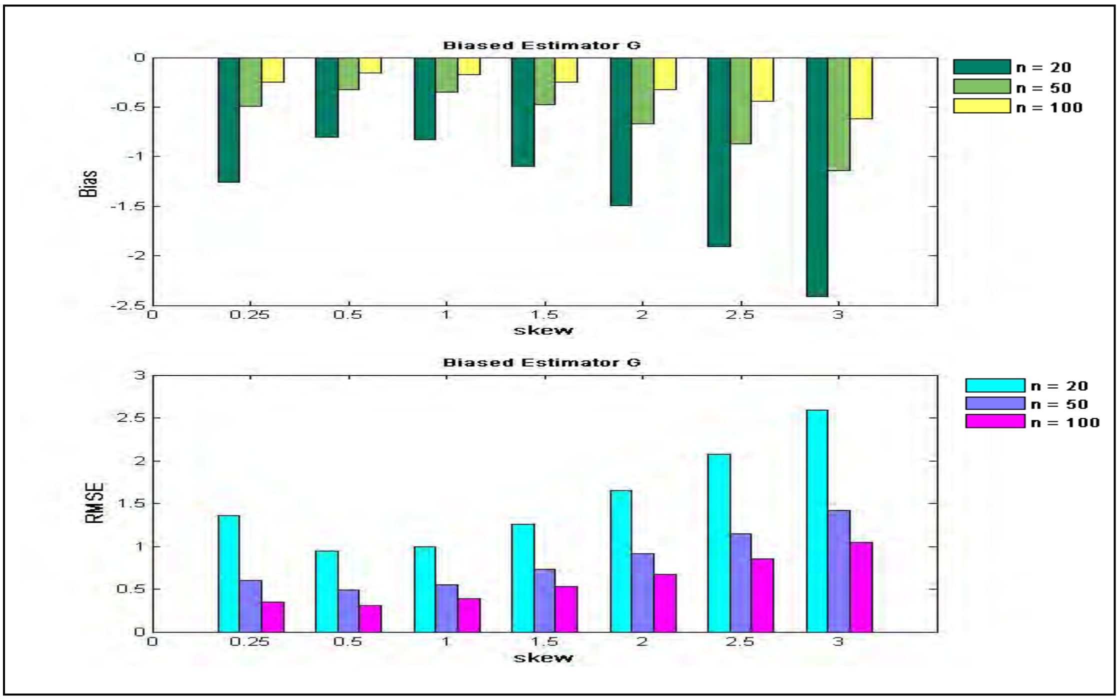
เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

สำหรับการพิจารณาค่า Bias พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ต่ำที่สุดสำหรับทุกค่าของสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงเช่นกัน รองลงมาคือตัวประมาณ G_u ยกเว้นเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 0.25 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u สำหรับการพิจารณาค่า RMSE พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง คือ มีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 0.5 พบว่าตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 1 พบว่าตัวประมาณ G และตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE เท่ากัน สำหรับเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 2 ถึง 3 พบว่าตัวประมาณ G_u กลับให้ค่า Bias ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s แทน

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

สำหรับการพิจารณาค่า Bias สำหรับทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G ตามลำดับ สำหรับการพิจารณาค่า RMSE พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง คือ มีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 1 พบว่าตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 1.5 ถึง 3 พบว่าตัวประมาณ G_u กลับให้ค่า Bias ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s แทน

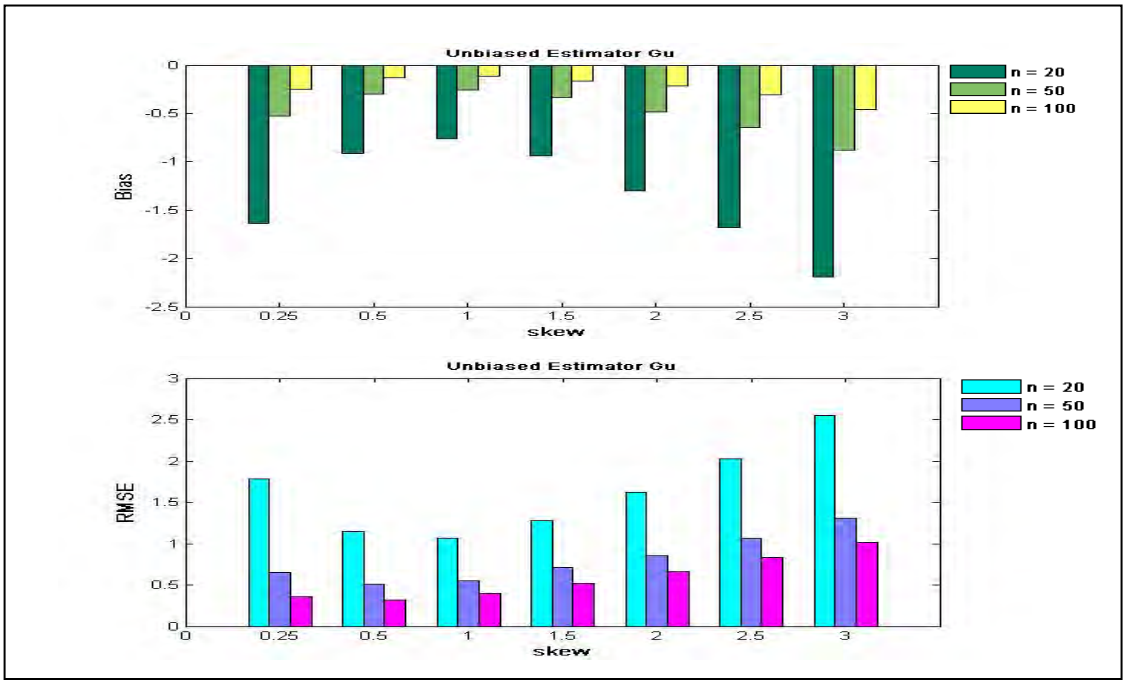
จากข้อมูลในตารางที่ 2 เมื่อทำการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และขนาดตัวอย่างเปลี่ยนไปสามารถสรุปผลแสดงดังภาพที่ 11 -13 ตามลำดับดังนี้



ภาพที่ 11 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณเอนเอียง G ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 11 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณ G มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาจากค่า Bias พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง

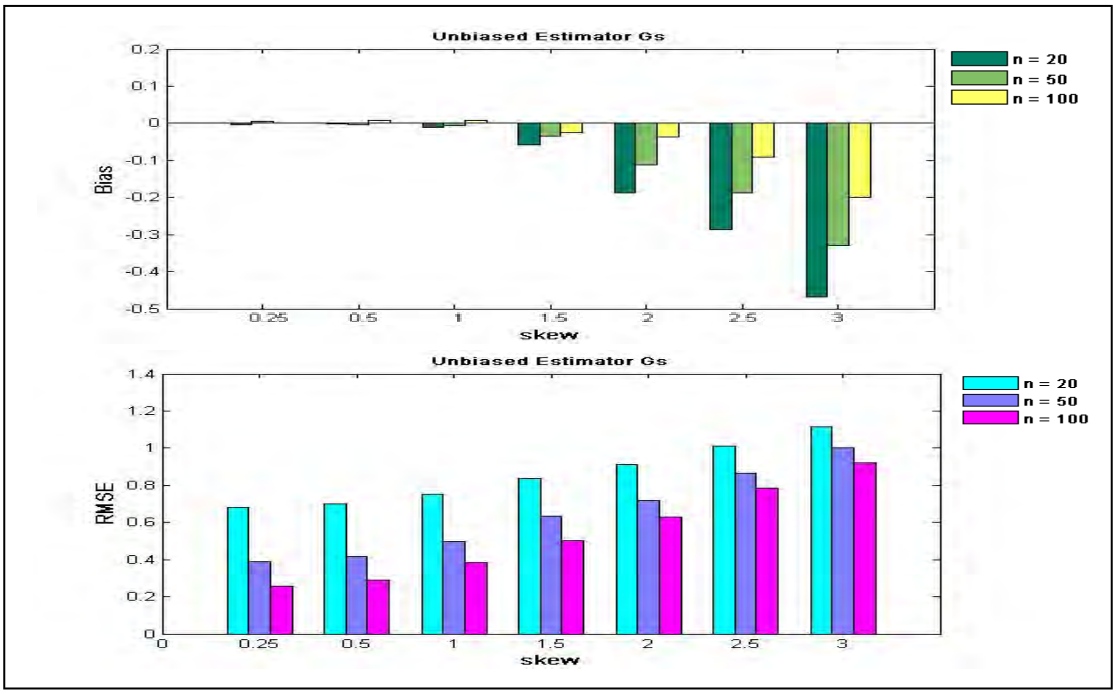
แต่เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่างเช่นเดียวกับค่า Bias



ภาพที่ 12 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 12 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณ G_u มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาจากค่า Bias พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 1 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1.5 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง

แต่เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n = 20)$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 1 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1.5 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นและเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่ $(n = 50,\ 100)$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ลดลง ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้น



ภาพที่ 13 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณเอนเอียง G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 13 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณ G_s มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาจากค่า Bias พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง

แต่เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นประมาณ G_s ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง

จากภาพที่ 11 - 13 สรุปได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสามลดลง นอกจากนี้ผลการเปรียบเทียบค่า Bias ของตัวประมาณการศึกษาตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) ทั้งสามขนาดตัวอย่าง พบว่าตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u ยกเว้นเมื่อกำหนดค่า

สัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ และขนาดตัวอย่างเล็ก $(\gamma = 0.25$ และ $0.5, \quad n = 20)$ หรือขนาดตัวอย่างปานกลาง $(\gamma = 0.25, \; n = 50)$ ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u

แต่เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสามพบว่าตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณเอนเอียง G เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ และเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงปานกลางและมาก พบว่าตัวประมาณ G_u มีค่ารองลงมาแทน ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเล็กและกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าปานกลาง $(\gamma = 1.5, \; n = 20)$ ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u

กรณีที่ 3 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 1) ดังแสดงในตารางที่ 3 และภาพที่ 14

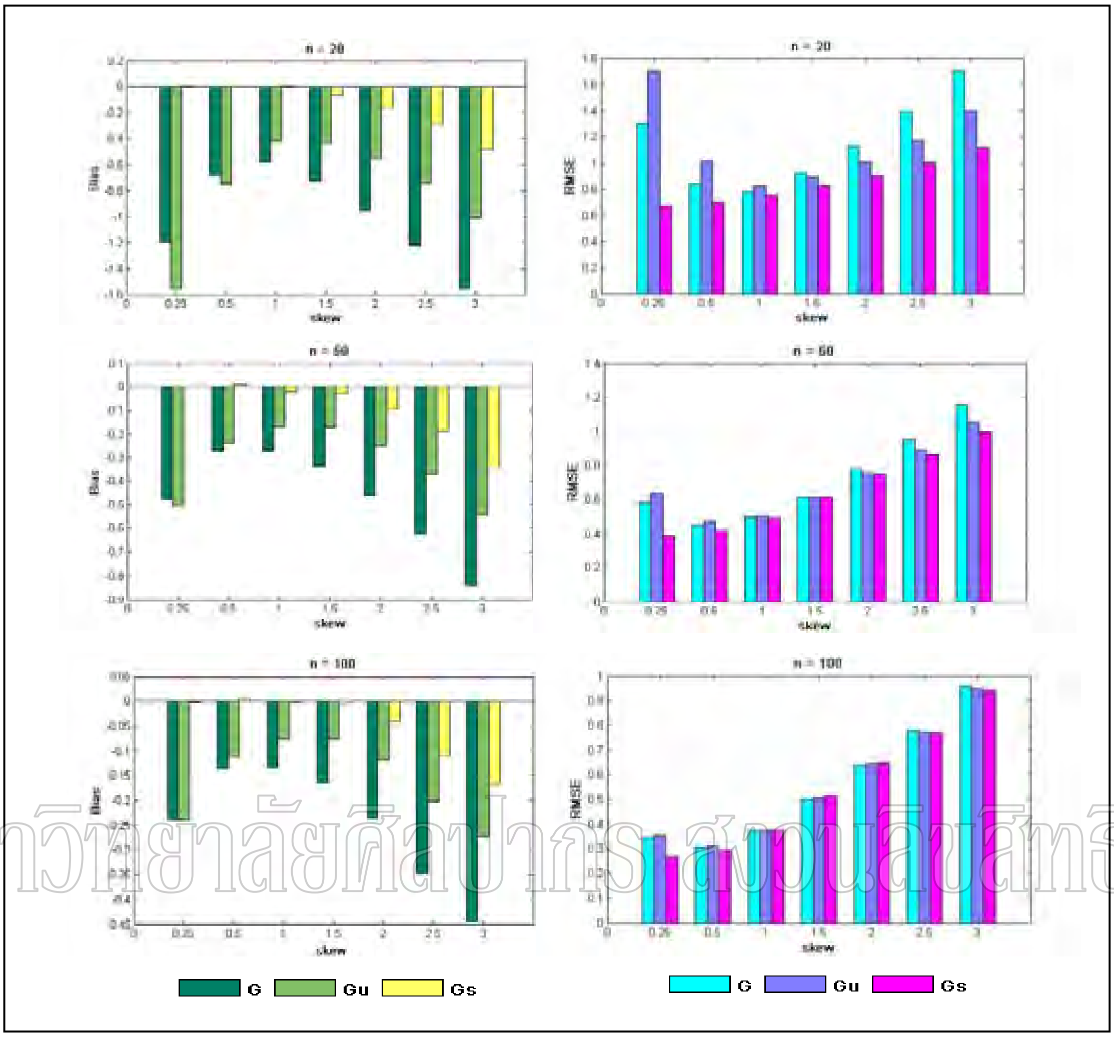
ตารางที่ 3 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ในช่วง 0.25 ถึง 3 สำหรับ n = 20, 50 และ 100

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้	**ค่า Bias $[\hat{\gamma}]$**			**ค่า RMSE $[\hat{\gamma}]$**		
(γ)	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$
			n = 20			
0.25	-1.199	-1.556	**0.002**	1.303	1.707	**0.668**
0.5	-0.681	-0.749	**-0.001**	0.842	1.013	**0.697**
1	-0.576	-0.416	**0.002**	0.776	0.828	**0.755**
1.5	-0.730	-0.440	**-0.067**	0.923	0.894	**0.829**
2	-0.956	-0.563	**-0.165**	1.133	1.008	**0.903**
2.5	-1.222	-0.741	**-0.286**	1.389	1.173	**1.001**
3	-1.553	-1.008	**-0.483**	1.704	1.395	**1.118**

ตารางที่ 3 (ต่อ)

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้	**ค่า Bias $[\hat{\gamma}]$**			**ค่า RMSE $[\hat{\gamma}]$**		
(γ)	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$	$\hat{\gamma} = G$	$\hat{\gamma} = G_u$	$\hat{\gamma} = G_s$
			n = 50			
0.25	-0.473	-0.504	**0.002**	0.582	0.635	**0.390**
0.5	-0.269	-0.237	**0.011**	0.450	0.474	**0.420**
1	-0.270	-0.169	**-0.021**	0.499	0.506	**0.493**
1.5	-0.332	-0.170	**-0.030**	0.617	0.616	**0.613**
2	-0.462	-0.249	**-0.095**	0.779	0.756	**0.745**
2.5	-0.626	-0.367	**-0.189**	0.951	0.894	**0.864**
3	-0.840	-0.541	**-0.338**	1.157	1.055	**0.994**
			n = 100			
0.25	-0.239	-0.238	**-0.002**	0.344	0.355	**0.266**
0.5	-0.136	-0.112	**0.005**	0.305	0.312	**0.296**
1	-0.133	-0.075	**-0.003**	**0.371**	0.377	0.376
1.5	-0.165	-0.075	**-0.005**	**0.499**	0.508	0.512
2	-0.237	-0.119	**-0.041**	**0.639**	0.644	0.647
2.5	-0.346	-0.202	**-0.111**	0.780	0.772	**0.768**
3	-0.444	-0.272	**-0.167**	0.959	0.947	**0.940**

ตัวเข้ม หมายถึง ขนาดของค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ที่ต่ำที่สุด



ภาพที่ 14 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ในช่วง 0.25 ถึง 3 สำหรับ n = 20, 50 และ 100

เมื่อพิจารณาผลการศึกษาเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ในช่วง 0.25 ถึง 3 ในตารางที่ 4 และภาพที่ 14 สามารถสรุปรายละเอียดตามขนาดตัวอย่างได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20

สำหรับการพิจารณาค่า Bias พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ต่ำที่สุดทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง คือ มีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias ต่ำ

รองลงมา ยกเว้นเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G กลับให้ค่า Bias ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_u แทน สำหรับการพิจารณาค่า RMSE พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง คือ มีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 1 พบว่าตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 1.5 ถึง 3 พบว่าตัวประมาณ G_u กลับให้ค่า Bias ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s แทน

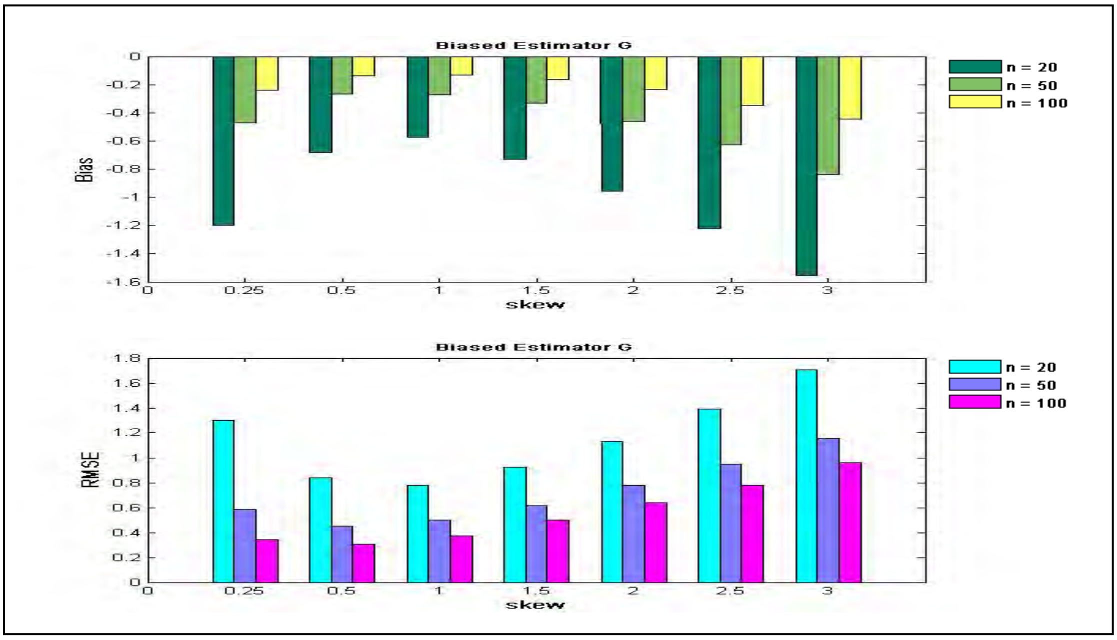
เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

สำหรับการพิจารณาค่า Bias พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ต่ำที่สุดทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง คือ มีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias ต่ำรองลงมา ยกเว้นเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 0.25 ตัวประมาณ G กลับให้ค่า Bias ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_u แทน สำหรับการพิจารณาค่า RMSE พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง คือ มีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 1 พบว่าตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 1.5 ถึง 3 พบว่าตัวประมาณ G_u กลับให้ค่า Bias ต่ำรองลงมาจากตัวประมาณ G_s แทน

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

สำหรับการพิจารณาค่า Bias สำหรับทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G ตามลำดับ สำหรับการพิจารณาค่า RMSE เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G และ G_u ตามลำดับ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 1 ถึง 2 พบว่าตัวประมาณ G กลับให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดรองลงมาคือตัวประมาณ G_u และ G_s ตามลำดับ และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 2.5 ถึง 3 พบว่าตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด ดังนั้นเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าน้อยและมีค่ามากตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าปานกลางตัวประมาณ G เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด

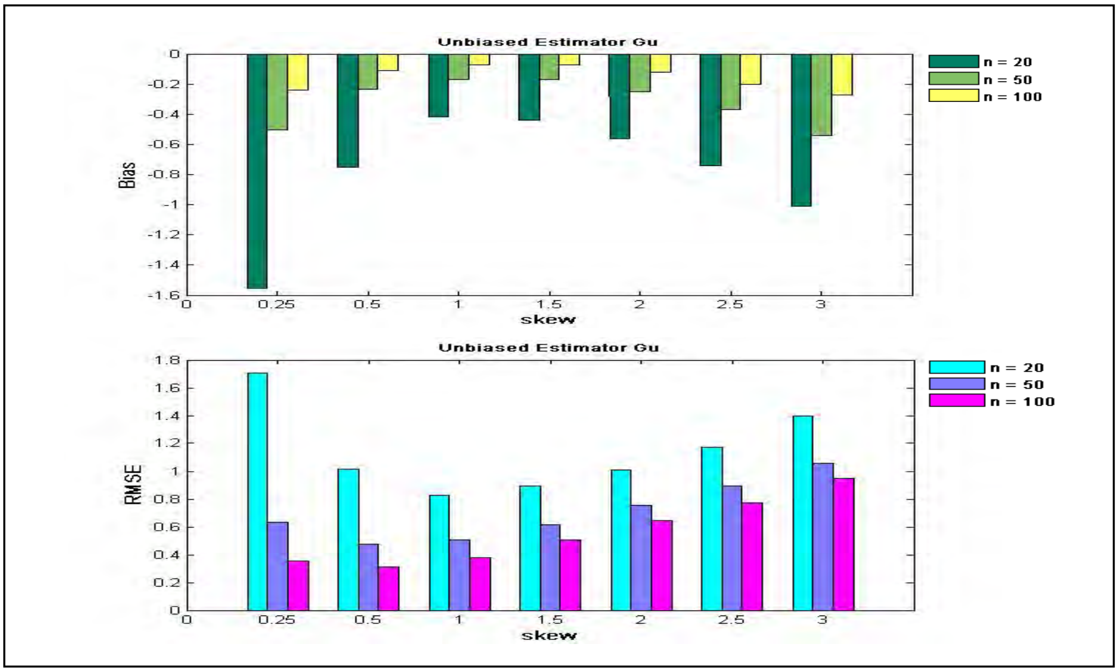
จากข้อมูลในตารางที่ 3 เมื่อทำการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และขนาดตัวอย่างเปลี่ยนไปสามารถสรุปผลการศึกษาแสดงดังภาพที่ 15 -17 ตามลำดับดังนี้



ภาพที่ 15 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณเอนเอียง G ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 15 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณ G มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาจากค่า Bias พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กและใหญ่ $(n = 20,100)$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 1 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1.5 ถึง 3 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้น แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง $(n = 50)$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ประมาณ G ให้ค่า Bias ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้น

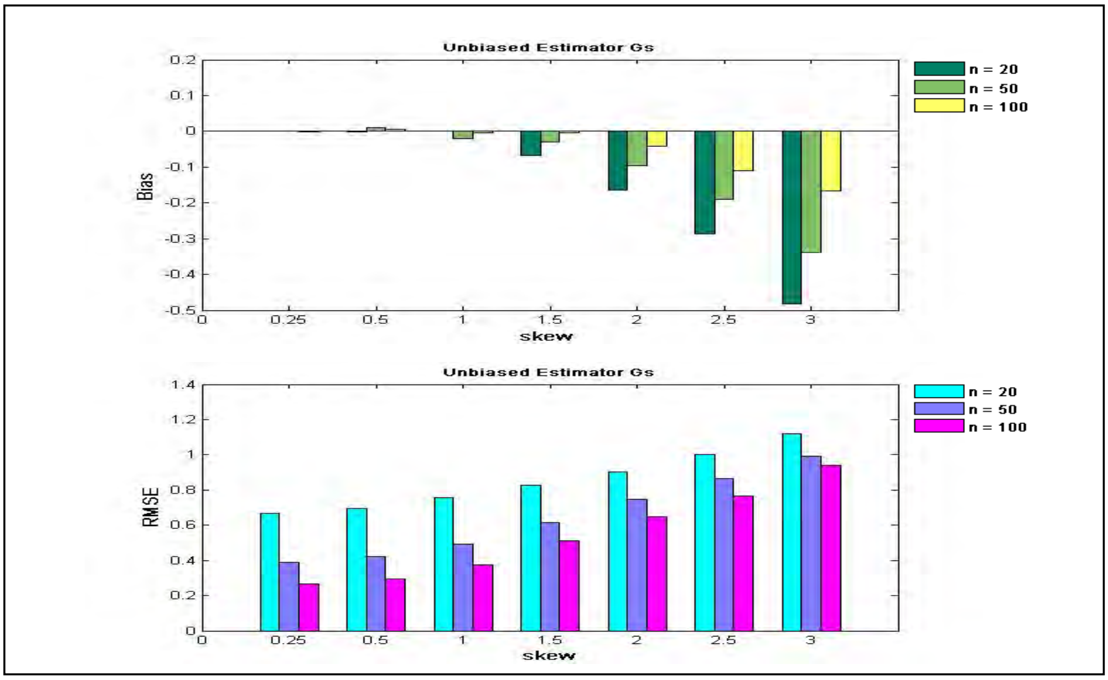
แต่เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กและใหญ่ $(n = 20,100)$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 1 ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1.5 ถึง 3 ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้น แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง $(n = 50)$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้น



ภาพที่ 16 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 16 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณ G_u มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้นยกเว้นกรณีค่า Bias เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 0.25 พบว่าตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias เท่ากับ 0.002 ซึ่งมีค่าเท่ากันทุกขนาดตัวอย่าง เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 1 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias ลดลงและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ $(n = 100)$ พบว่าเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 1 ถึง 1.5 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias เท่ากัน

แต่เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n = 20)$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 1 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ลดลง และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1.5 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้น แต่เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและขนาดใหญ่ $(n = 50, 100)$ พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.25 ถึง 0.5 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ลดลง และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 1 ถึง 3 ตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้น



ภาพที่ 17 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 17 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณ G_s มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาจากค่า Bias พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นตัวประมาณตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง

แต่เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเพิ่มขึ้นตัวประมาณตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่าง

จากภาพที่ 15 - 17 สรุปได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสามลดลง นอกจากนี้ผลการเปรียบเทียบค่า Bias ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 1) ทั้งสามขนาดตัวอย่างพบว่าตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u ยกเว้นเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ และขนาดตัวอย่างเล็ก $(\gamma = 0.25$ และ $0.5, \quad n = 20)$ หรือขนาดตัวอย่างปานกลาง $(\gamma = 0.25, \; n = 50)$ ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u

เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสาม พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กและปานกลาง $(n = 20,\ 50)$ ตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u ยกเว้นเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ และปานกลาง $(\gamma = 0.25, 0.5$ และ $1)$ ตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u แต่เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าปานกลาง $(\gamma = 1,\ 1.5,\ 2)$ ตัวประมาณ G เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุดและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าน้อยๆ และมีค่ามาก $(\gamma = 0.25, 0.5$ และ $2.5, 3)$ ตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด

กรณีที่ 4 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 กรณีที่ค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้นและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน (โดยเปรียบเทียบการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) และ (1, 1)) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง เท่ากับ 0.5, 1.5 และ 2.5 (แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้น้อย ปานกลาง และมาก ตามลำดับ) แสดงผลการเปรียบเทียบดังภาพที่ 18 - 20 ตามลำดับดังนี้

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 18 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) และ (1, 1) เมื่อกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 0.5 ซึ่งแทนค่าประมาณสัมประสิทธิ์ที่มีค่าน้อย เมื่อพิจารณาค่า Bias พบว่าตัวประมาณเอนเอียง G และตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ตัวประมาณ G_s กลับให้ค่า Bias ลดลง ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลาง $(n = 50)$ ตัวประมาณ G_s มีค่า Bias เท่ากัน

เมื่อพิจารณาค่า RMSE พบว่าตัวประมาณ G และ G_u ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ตัวประมาณ G_s กลับให้ค่า RMSE ลดลง ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ $(n = 100)$ ตัวประมาณ G_s กลับให้ค่า RMSE สูงขึ้นเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 19 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) และ (1, 1) เมื่อกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 1.5 ซึ่งแทนค่าประมาณสัมประสิทธิ์ที่มีค่าปานกลาง เมื่อพิจารณาค่า Bias พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n = 20)$ พบว่าตัวประมาณ G และ G_u ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ตัวประมาณ G_s กลับให้ค่า Bias ลดลง เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่

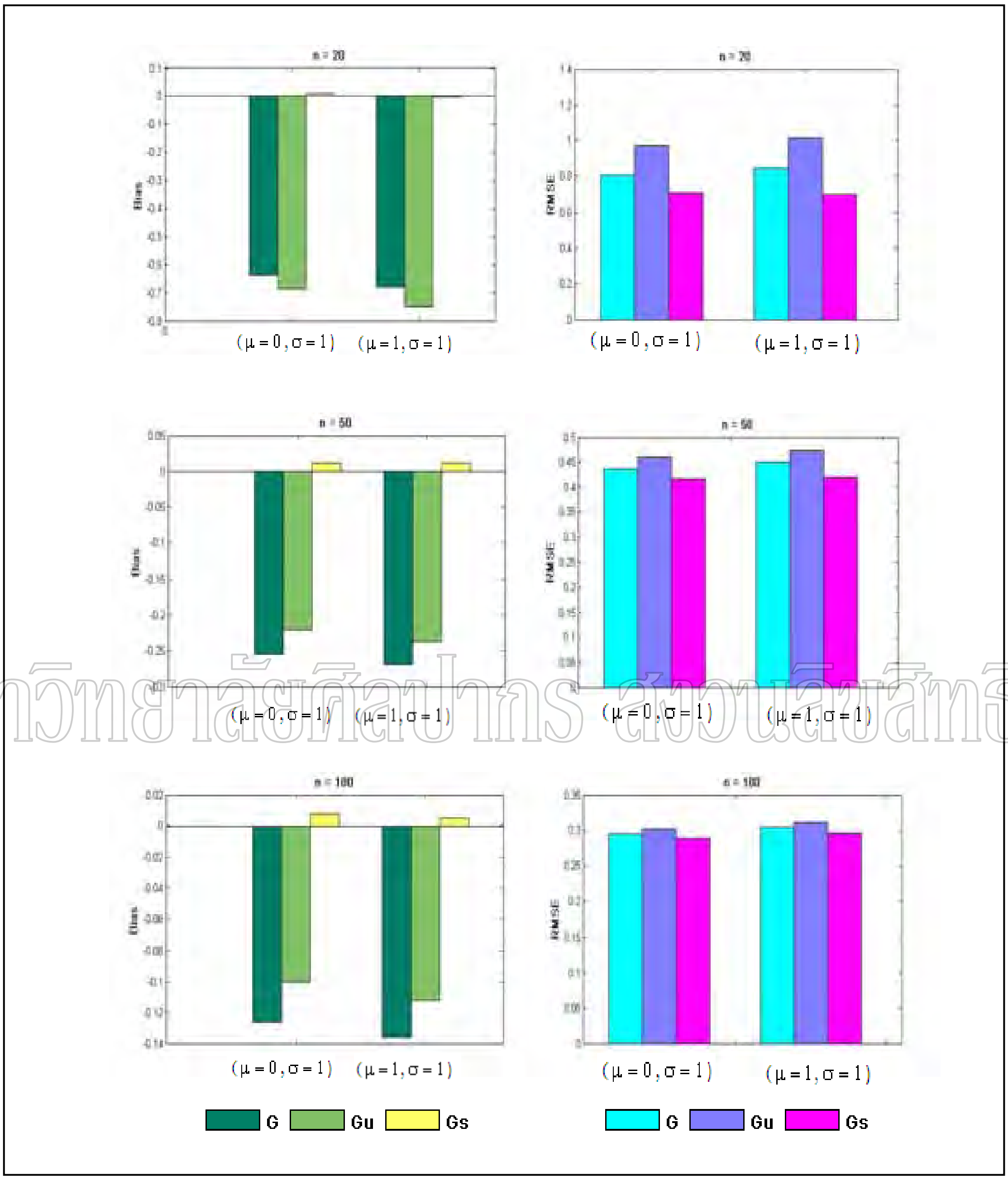
$(n = 50, 100)$ พบว่าตัวประมาณ G และ G_s ให้ค่า Bias ลดลงเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น และตัวประมาณ G_u กลับให้ค่า Bias เพิ่มขึ้น

เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n = 20)$ พบว่าตัวประมาณ G และ G_u ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ตัวประมาณ G_s กลับให้ค่า RMSE ลดลง เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและขนาดใหญ่ $(n = 50, 100)$ พบว่าตัวประมาณ G ตัวประมาณ G_u และ G_s ให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น

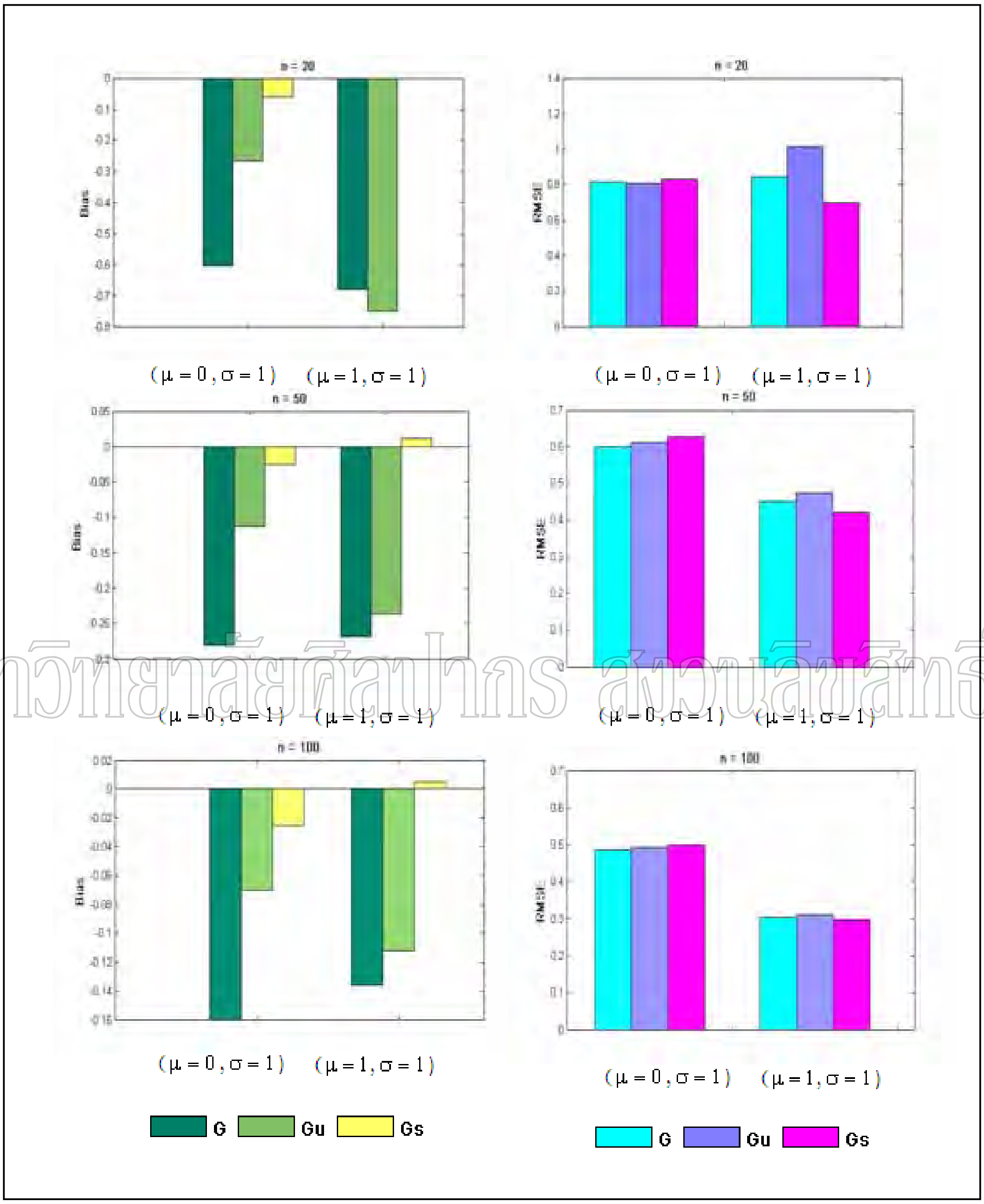
เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 20 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) และ (1, 1) เมื่อกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 2.5 ซึ่งเป็นค่าประมาณสัมประสิทธิ์ที่มีค่ามาก เมื่อพิจารณาค่า Bias พบว่าเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n = 20)$ พบว่าตัวประมาณ G และ G_u ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น และตัวประมาณ G_s กลับให้ค่า Bias ลดลง เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่ $(n = 50, 100)$ พบว่าตัวประมาณ G , G_u และ G_s ให้ค่า Bias เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n = 20)$ พบว่าตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น ตัวประมาณ G_u และ G_s กลับให้ค่า RMSE ลดลง เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่ $(n = 50, 100)$ พบว่าตัวประมาณ G และ G_u ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น และตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น

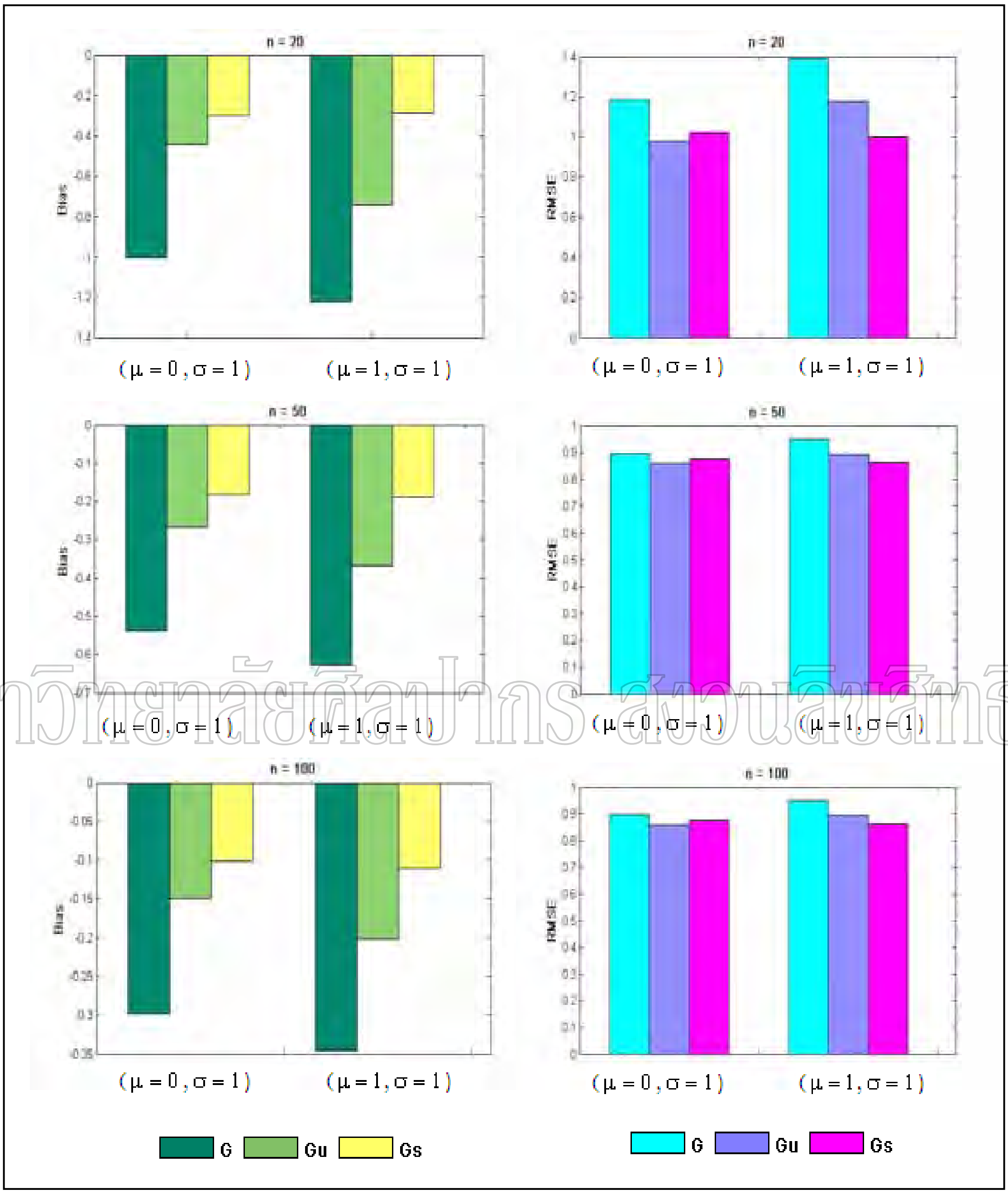
จากภาพที่ 18 - 20 สามารถสรุปได้ว่าเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น ตัวประมาณเอนเอียง G ให้ค่า Bias และ RMSE เพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าปานกลาง $(\gamma = 1.5 \quad n = 50$ และ $100)$ ตัวประมาณเอนเอียง G กลับให้ค่า Bias และ RMSE ลดลง ส่วนตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u ให้ค่า Bias และ RMSE เพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าปานกลาง $(\gamma = 1.5, \quad n = 50$ และ $100)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u กลับให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น และตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s ให้ค่า Bias และ RMSE ลดลงเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่ามากสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง $(\gamma = 2.5)$ และเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อย $(\gamma = 0.5, \quad n = 50$ และ $100)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s กลับให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น



ภาพที่ 18 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1) และ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงเท่ากับ 0.5



ภาพที่ 19 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1) และ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงเท่ากับ 1.5



ภาพที่ 20 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1) และ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงเท่ากับ 2.5

กรณีที่ 5 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าลดลงและค่าเฉลี่ยเท่ากัน(โดยเปรียบเทียบการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) และ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง เท่ากับ 0.5, 1.5 และ 2.5 (แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้น้อย ปานกลาง และมาก ตามลำดับ) แสดงผลการเปรียบเทียบดังภาพที่ 21 - 23 ตามลำดับดังนี้

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 21 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) และ (1, 1) เมื่อกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 0.5 ซึ่งเป็นค่าประมาณสัมประสิทธิ์ที่มีค่าน้อย เมื่อพิจารณาค่า Bias เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กและใหญ่ $(n = 20, 100)$ พบว่าตัวประมาณ G ตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลาง $(n = 50)$ พบว่าตัวประมาณ G และตัวประมาณ G_u ให้ค่า Bias ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นแต่ตัวประมาณ G_s กลับให้ค่า Bias เพิ่มขึ้น

เมื่อพิจารณาค่า RMSE เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n = 20)$ พบว่าตัวประมาณ G และตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลาง $(n = 50)$ พบว่าตัวประมาณ G ให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น และตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ $(n = 100)$ พบว่าตัวประมาณ G และตัวประมาณ G_u ให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น และตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น

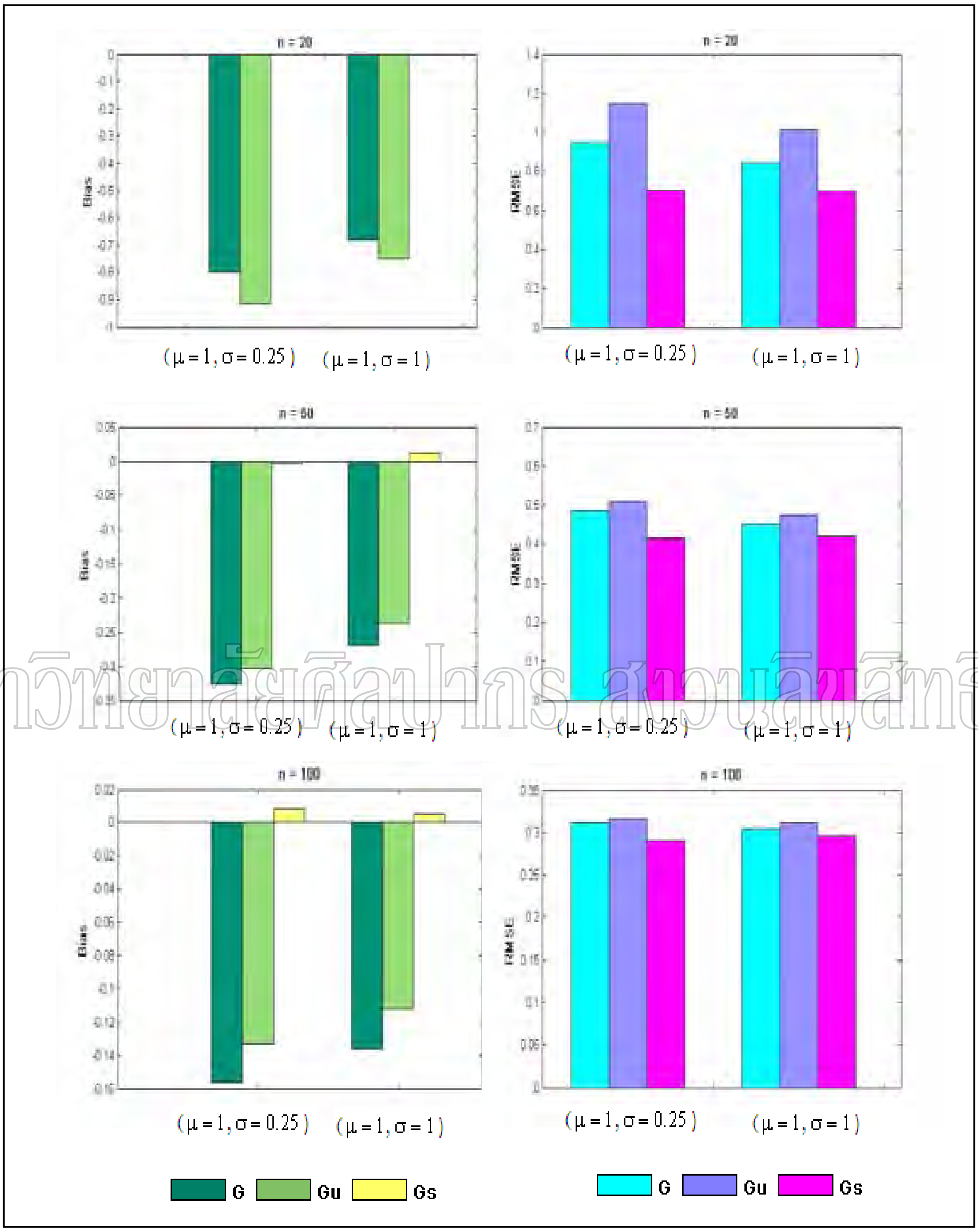
เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 22 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) และ (1, 1) เมื่อกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 1.5 ซึ่งเป็นค่าประมาณสัมประสิทธิ์ที่มีค่าปานกลาง เมื่อพิจารณาค่า Bias พบว่าตัวประมาณ G ตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าตัวประมาณ G ตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น

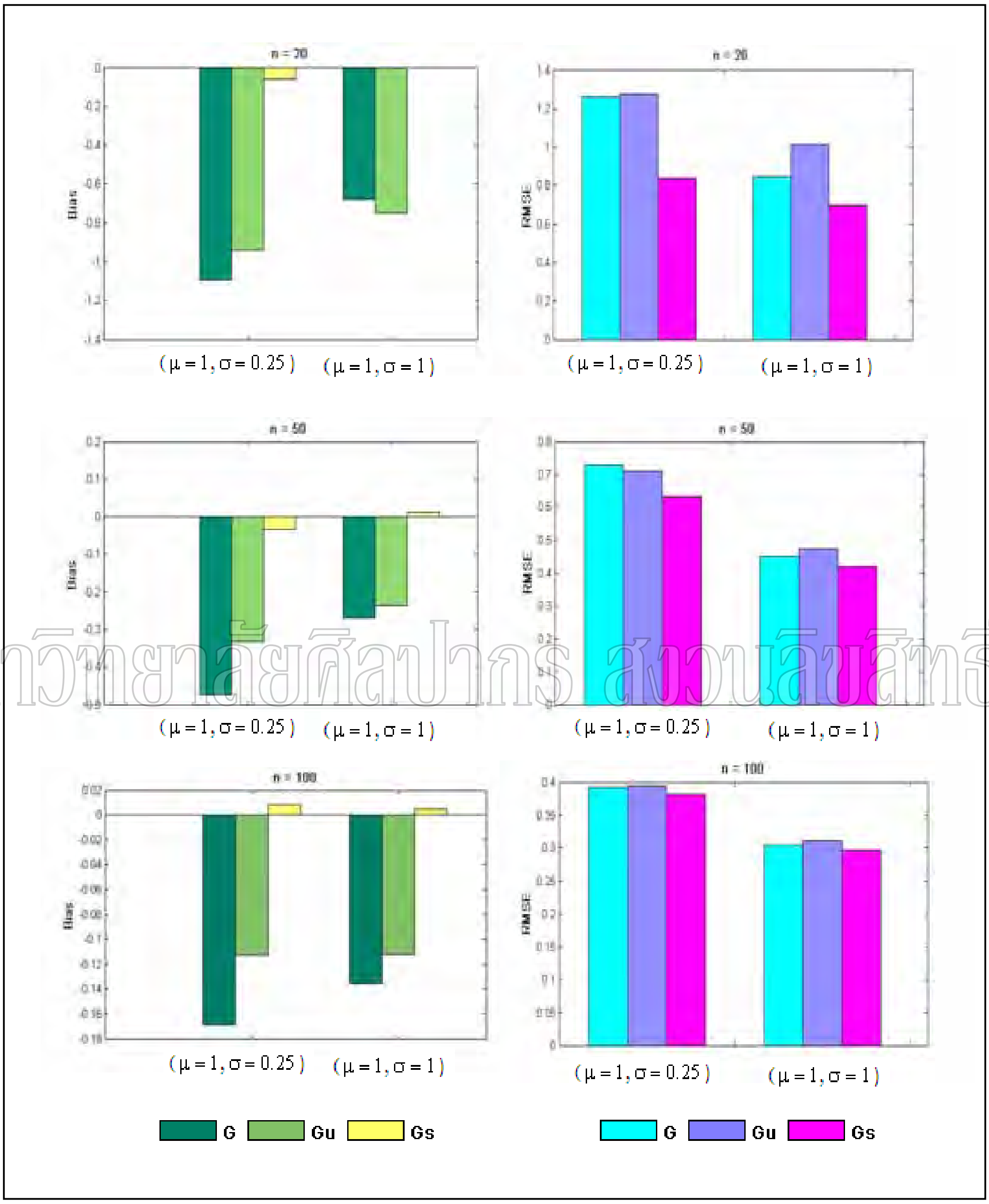
เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 23 พบว่าค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 0.25) และ (1, 1) เมื่อกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าเท่ากับ 2.5 ซึ่งเป็นค่าประมาณสัมประสิทธิ์ที่มีค่ามาก เมื่อพิจารณาค่า Bias พบว่าตัวประมาณ G ตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G_s ให้ค่า Bias ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE พบว่าตัวประมาณ G ตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G_s ให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น

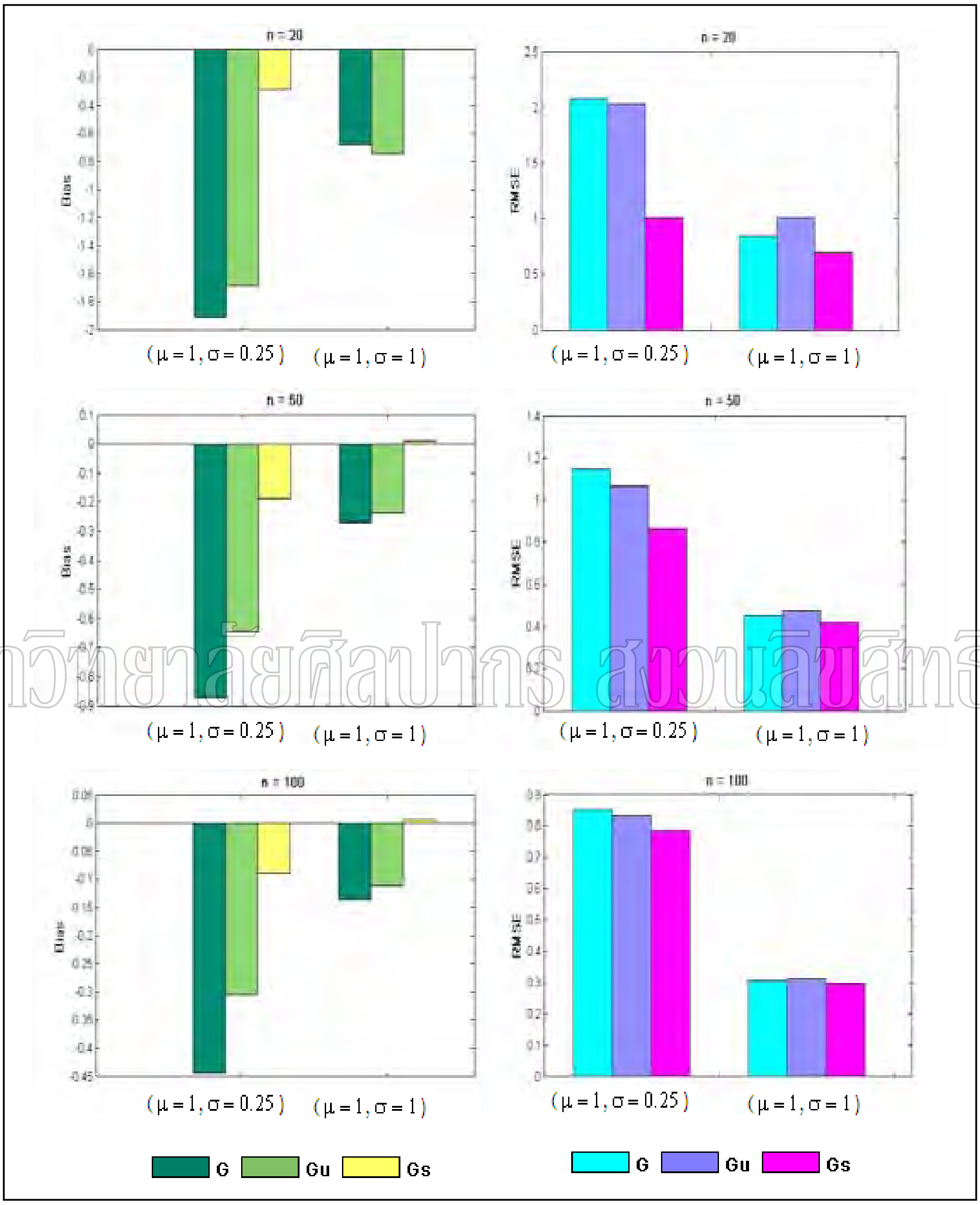
จากภาพที่ 21 - 23 สามารถสรุปได้ว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น ตัวประมาณเอนเอียง G ให้ค่า Bias และ RMSE ลดลง ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อย $(\gamma = 0.5, \quad n = 20)$ ตัวประมาณเอนเอียง G กลับให้ค่า Bias และ RMSE เพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u ให้ค่า Bias และ RMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง และตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s ให้ค่า Bias และ RMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อย $(\gamma = 0.5, \quad n = 50)$ และเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อยและมีค่ามาก $(\gamma = 0.5$ และ $2.5, \quad n = 100)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s กลับให้ค่า Bias และ RMSE เพิ่มขึ้น



ภาพที่ 21 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) และ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงเท่ากับ 0.5



ภาพที่ 22 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 0.25) และ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงเท่ากับ 1.5



ภาพที่ 23 เปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ระหว่างกรณีที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) และ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงเท่ากับ 2.5

ตารางที่ 4 และตารางที่ 5 แสดงผลการสรุปการศึกษาเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ตามลำดับ ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกรณีต่างๆ สำหรับขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่กำหนด แสดง ดังนี้

เมื่อพิจารณาจากตารางที่ 4 เป็นการสรุปผลการศึกษาตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 เมื่อพิจารณาจากค่า Bias ที่ต่ำที่สุด พบว่าตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงที่ดีที่สุดสำหรับทุกกรณีไม่ว่าตัวอย่างจะมีขนาดเล็ก ปานกลาง หรือใหญ่ และเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

เมื่อพิจารณาจากตารางที่ 5 เป็นการสรุปผลการศึกษาตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 เมื่อพิจารณาจากค่า RMSE สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง พบว่าเมื่อกรณีการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (0, 1) พบว่าตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s, G และ G_u เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุดสำหรับกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อย มีค่าปานกลางและมีค่ามาก ตามลำดับ

กรณีการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 0.25) พบว่าตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างจะมีขนาดเล็ก ปานกลาง หรือใหญ่ และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าอยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3

ส่วนกรณีการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ,σ) เท่ากับ (1, 1) เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กและปานกลางพบว่าตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่และเมื่อสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าปานกลางมีค่าอยู่ในช่วง 1 ถึง 2 พบว่าตัวประมาณเอนเอียง G เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด และเมื่อสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่ามากมีค่าอยู่ในช่วง 2.5 ถึง 3 พบว่าตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด

ตารางที่ 4 สรุปผลการศึกษาตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 สำหรับขนาดตัวอย่าง n และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ ที่กำหนด โดยพิจารณาจากค่า Bias ของตัวประมาณ

ขนาดตัวอย่าง (n)	**สัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ)**	**กรณีที่ศึกษา กำหนดค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน**		
		$(\mu=0\ ,\ \sigma=1)$	$(\mu=1\ ,\ \sigma=0.25)$	$(\mu=1\ ,\ \sigma=1)$
20	**0.25**	G_s	G_s	G_s
	0.5	G_s	G_s	G_s
	1	G_s	G_s	G_s
	1.5	G_s	G_s	G_s
	2	G_s	G_s	G_s
	2.5	G_s	G_s	G_s
	3	G_s	G_s	G_s
50	**0.25**	G_s	G_s	G_s
	0.5	G_s	G_s	G_s
	1	G_s	G_s	G_s
	1.5	G_s	G_s	G_s
	2	G_s	G_s	G_s
	2.5	G_s	G_s	G_s
	3	G_s	G_s	G_s
100	**0.25**	G_s	G_s	G_s
	0.5	G_s	G_s	G_s
	1	G_s	G_s	G_s
	1.5	G_s	G_s	G_s
	2	G_s	G_s	G_s
	2.5	G_s	G_s	G_s
	3	G_s	G_s	G_s

ตารางที่ 5 สรุปผลการศึกษาตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 สำหรับขนาดตัวอย่าง n และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ ที่กำหนดโดยพิจารณาจากค่า RMSE ของตัวประมาณ

ขนาดตัวอย่าง (n)	**สัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ)**	**กรณีที่ศึกษา กำหนดค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน**		
		$(\mu=0\ ,\ \sigma=1)$	$(\mu=1\ ,\ \sigma=0.25)$	$(\mu=1\ ,\ \sigma=1)$
20	**0.25**	G_s	G_s	G_s
	0.5	G_s	G_s	G_s
	1	G	G_s	G_s
	1.5	G_u	G_s	G_s
	2	G_u	G_s	G_s
	2.5	G_u	G_s	G_s
	3	G_u	G_s	G_s
50	**0.25**	G_s	G_s	G_s
	0.5	G_s	G_s	G_s
	1	G	G_s	G_s
	1.5	G	G_s	G_s
	2	G_u	G_s	G_s
	2.5	G_u	G_s	G_s
	3	G_u	G_s	G_s
100	**0.25**	G_s	G_s	G_s
	0.5	G_s	G_s	G_s
	1	G	G_s	G
	1.5	G	G_s	G
	2	G	G_s	G
	2.5	G	G_s	G_u
	3	G_u	G_s	G_u

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล ข้อเสนอแนะและปัญหาที่เกิดจากการวิจัย

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่าประมาณของค่าเอนเอียงหรือค่า Bias และค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัว คือ ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u และตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s สามารถสรุปผลการเปรียบเทียบเป็นแต่ละกรณีได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 สำหรับขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 20, 50 และ 100

เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า Bias ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสาม พบว่า ตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด เนื่องจากให้ค่าเอนเอียงน้อยที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u และตัวประมาณ G ตามลำดับ ยกเว้นเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ และขนาดตัวอย่างเล็ก $(\gamma = 0.25$ และ $0.5, \quad n = 20)$ หรือขนาดตัวอย่างปานกลาง $(\gamma = 0.25, \ n = 50)$ ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u

เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสาม พบว่าสำหรับทุกขนาดตัวอย่างเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าน้อย $(\gamma = 0.25$ และ $0.5)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G และ G_u ตามลำดับเนื่องจากให้ความเคลื่อนน้อยที่สุด แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าน้อยและปานกลาง $(\gamma = 1$ และ $1.5)$ ตัวประมาณเอนเอียง G ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่ามาก $(\gamma = 2, 2.5$ และ $3)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u กลับให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดแทน ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าปานกลางและมาก $(\gamma = 2$ และ $2, \quad n = 100)$ ตัวประมาณเอนเอียง G ให้ค่า RMSE ต่ำที่สุด

กรณีที่ 2 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 0.25) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 สำหรับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 50 และ 100

เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า Bias ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสาม พบว่าให้ผลการเปรียบเทียบใกล้เคียงกับกรณีที่ 1 คือตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u และตัวประมาณ G แต่ยกเว้นเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ และขนาดตัวอย่างเล็ก $(\gamma = 0.25$ และ $0.5, \; n = 20)$ หรือขนาดตัวอย่างปานกลาง $(\gamma = 0.25, \; n = 50)$ ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u

เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสาม พบว่าตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณเอนเอียง G และ G_u ตามลำดับ เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ $(\gamma = 0.25, 0.5$ และ $1)$ ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างปานกลาง $(\gamma = 1, \; n = 50)$ พบว่าตัวประมาณ G และ G_u ให้ค่า RMSE เท่ากัน แต่ตัวประมาณ G_u และ G เป็นตัวประมาณที่ดีเป็นลำดับสองและสามตามลำดับ เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงปานกลางและมาก $(\gamma = 1.5, 2, 2.5$ และ $3)$ ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก $(\gamma = 1.5, \; n = 20)$ ตัวประมาณเอนเอียง G ให้ค่า RMSE ต่ำกว่าตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u แทน

กรณีที่ 3 ผลเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 1) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้อยู่ในช่วง 0.25 ถึง 3 สำหรับขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 20, 50 และ 100

เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า Bias ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสาม พบว่าตัวประมาณ G_s เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณ G_u และและ G ตามลำดับ ยกเว้นเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ และขนาดตัวอย่างเล็ก $(\gamma = 0.25$ และ $0.5, \; n = 20)$ หรือขนาดตัวอย่างปานกลาง $(\gamma = 0.25, \; n = 50)$ ตัวประมาณ G ให้ค่า Bias ต่ำกว่าตัวประมาณ G_u ผลเป็นในทำนองเดียวกับกรณีที่ 1

เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งสาม พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กและปานกลาง $(n = 20$ และ $50)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด รองลงมาคือตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u ยกเว้นเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงน้อยๆ $(\gamma = 0.25, 0.5$ และ $1)$ ตัวประมาณเอนเอียง G ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า

ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u แต่เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่และเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าปานกลาง $(\gamma = 1, 1.5$ และ $2)$ ตัวประมาณเอนเอียง G เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุดและเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงมีค่าน้อยๆ และมีค่ามาก $(\gamma = 0.25, 0.5$ และ $2.5, 3)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s เป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด

กรณีที่ 4 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 กรณีที่ค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้นและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าคงที่ (โดยเปรียบเทียบการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (0, 1) และ (1, 1)) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง เท่ากับ 0.5, 1.5 และ 2.5 (แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้น้อย ปานกลาง และมาก ตามลำดับ)

พบว่าตัวประมาณเอนเอียง G ให้ค่า Bias และ RMSE เพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าปานกลาง $(\gamma = 1.5, \quad n = 50$ และ $100)$ ตัวประมาณเอนเอียง G กลับให้ค่า Bias และ RMSE ลดลง ส่วนตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u ให้ค่า Bias และ RMSE เพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าปานกลาง $(\gamma = 1.5, \quad n = 50$ และ $100)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u กลับให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น และตัวประมาณ ไม่เอนเอียง G_s ให้ค่า Bias และ RMSE ลดลงเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่ามากสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง $(\gamma = 2.5)$ และเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อย $(\gamma = 0.5, \quad n = 50$ และ $100)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s กลับให้ค่า RMSE ลดลงเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้น

กรณีที่ 5 ผลการเปรียบเทียบค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ของการแจกแจงแบบ P3 กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าลดลงและค่าเฉลี่ยมีค่าคงที่ (โดยเปรียบเทียบการแจกแจงแบบ P3 ที่มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ (μ, σ) เท่ากับ (1, 0.25) และ (1, 1)) เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง เท่ากับ 0.5, 1.5 และ 2.5 (แทนค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้น้อย ปานกลาง และมาก ตามลำดับ)

พบว่าตัวประมาณเอนเอียง G ให้ค่า Bias และ RMSE ลดลง ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กเมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อย $(\gamma = 0.5, \quad n = 20)$ ตัวประมาณเอนเอียง G กลับให้ค่า Bias และ RMSE เพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u ให้ค่า Bias และ RMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นทุกขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจง และตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s ให้ค่า Bias และ RMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและ

กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อย $(\gamma = 0.5, \quad n = 50)$ และเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อยและมีค่ามาก $(\gamma = 0.5$ และ $2.5, \quad n = 100)$ ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s กลับให้ค่า Bias และ RMSE เพิ่มขึ้น

อภิปรายผล

ผลการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่าประมาณของค่าเอนเอียงหรือค่า Bias และค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัว คือ ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u และตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s พบว่า 1) ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงที่ดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u และตัวประมาณเอนเอียง G เมื่อพิจารณาจากความเอนเอียงของตัวประมาณที่ต่ำที่สุดสำหรับทุกกรณีที่ศึกษาเป็นไปตามที่คาดไว้ 2) เมื่อพิจารณาจากตัวประมาณที่ใช้ความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดเกือบทุกกรณีที่ศึกษา ตัวประมาณ G_s, G และ G_u เหมาะเป็นตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ P3 ที่มีความเบ้น้อย ปานกลาง และมาก ตามลำดับ สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง 3) ผลการพิจารณาประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้จากค่า Bias และค่า RMSE ที่ให้ผลสอดคล้องกัน คือ ตัวประมาณ G_s เหมาะเป็นตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ P3 ที่มีความเบ้น้อยเท่านั้น 4) การลดลงของค่า Bias และ RMSE ที่ได้จากตัวประมาณทั้งสามมีความสัมพันธ์กับขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงที่เพิ่มขึ้นเกือบทุกกรณีที่ศึกษา 5) การเพิ่มขึ้นหรือลดลงของค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจงของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ P3 มีผลต่อการเพิ่มขึ้นและลดลงของค่าBias และ RMSE ที่ได้จากตัวประมาณทั้งสาม

ข้อเสนอแนะ

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาการแจกแจงแบบ Pearson type III หรือ P3 ซึ่งเป็นการแจกแจงที่นิยมใช้ในทางอุทกวิทยา และมีการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้สำหรับการแจกแจงแบบ P3 เพียงสามตัว คือ ตัวประมาณเอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G ตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากวิธีโมเมนต์ G_u และตัวประมาณไม่เอนเอียงของสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_s โดยพิจารณาจากข้อมูลจำลองที่มีการแจกแจงแบบ P3 โดยวิธี Wilson Hilferty transformation นอกจากวิธีของ

Wilson Hilferty transformation แล้วได้มีการนำเสนอวิธีการของ Kirby (1972) ซึ่งเป็นวิธีที่น่าสนใจ หรืออาจการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 ตัวอื่นๆ เช่น ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G_r ที่เสนอโดย Vogel and McMartin (1991) เพิ่มเติมเข้าไปในการวิจัยสำหรับผู้ที่สนใจจะทำการศึกษาวิจัยในเรื่องแบบเดียวกันนี้

ปัญหาที่เกิดการวิจัย

1. ในการศึกษาเริ่มแรกผู้วิจัยได้ทำการวิจัยโดยจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ P3 ด้วยวิธีของ Kirby (1972) ซึ่งเป็นวิธีที่ Vogel and McMartin (1991) แนะนำว่าเป็นวิธีที่ดีและเหมาะสมสำหรับการจำลองข้อมูลแบบ P3 แต่ผู้วิจัยได้พบปัญหาในการคำนวณค่า p_i หรือค่า Plotting position ในโปรแกรมที่เขียนด้วย MINITAB จึงได้มีการเปลี่ยนไปใช้วิธีการจำลองข้อมูลโดยวิธี Wilson Hilferty transformation ซึ่งเป็นวิธีที่คำนวณง่ายและสะดวกกว่า

2. เริ่มต้นการศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาแบ่งเป็นสองส่วน ในส่วนที่ 1 ศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ PPCC ที่ใช้ในการตรวจสอบการแจกแจงแบบ P3 และส่วนที่ 2 ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบหรือตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัวคือตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s แต่เนื่องจากในการศึกษาส่วนที่ 1 ผู้วิจัยได้ใช้การจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ P3 โดยวิธี Wilson Hilferty transformation โดยการเขียนโปรแกรม SAS พบว่าอำนาจการทดสอบของสถิติ PPCC ที่ใช้ในการตรวจสอบการแจกแจงแบบ P3 มีค่าผิดปกติคือมีบางค่าเท่ากับศูนย์หรือมีบางค่าที่ค่อนข้างต่ำมาก ไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาเพียงส่วนที่ 2 คือ ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบหรือตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่า Bias และค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัวคือตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s ดังที่ได้มีการนำเสนอไว้

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์. "สถิติอนุมาน." เอกสารประกอบการสอนวิชา 515 512 สถิติอนุมาน (Statistic Inference) : ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาศิลปากร, 2549. (อัดสำเนา)

กัลยา วานิชย์บัญชา. การวิเคราะห์สถิติสำหรับการบริหารและวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพ ฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.

กัลยา วานิชย์บัญชา. การใช้ SPSS for Windows ในการวิเคราะห์ข้อมูล. พิมพ์ครั้งที่ 11. กรุงเทพฯ: บริษัทธรรมสาร จำกัด, 2551.

ชลธิชา เตโช. "การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบ W สถิติทดสอบ K2 สถิติทดสอบ QH* และสถิติทดสอบ G สำหรับการทดสอบการแจกแจงแบบปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์ มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2548.

มานพ วราภักดิ์. การจำลอง (Simulation). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.

ศุภกิจ วงศ์วิวัฒนนุกิจ. พจนานุกรมศัพท์การวิจัยและสถิติ. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ด่านสุทธาการพิมพ์, 2550.

สายทอง แจ่มใส. "การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบในการทดสอบภาวะสารรูปสนิทดี." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2547.

โสธรัตน์ อินสว่าง. "การประเมินการแจกแจงความถี่ที่เหมาะสมในการพยากรณ์ขนาดของน้ำหลากสำหรับประเทศไทย." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมทรัพยากรน้ำ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2544.

ภาษาอังกฤษ

Bobee, B.B. "Fitting the Pearson type 3 distribution in practice." Water Resources Research 15(1979) : 730.

__________. "The log-Pearson type III distribution and its application in hydrology." Water Resources Research 11(1975) : 681–689.

Bobee, B. B., and R. Robitaille. "The use of the Pearson type 3 and log pearson type 3 distribution revisited." Water Resources Research 13(1977) : 427–443.

Chowdhury, J.U., and J.R. Stedinger. “Goodness – of – fit test for regional generalized extreme value flood distributions.” Water Resources Research 27(1991) : 1765–1776.

Craig, C.C. “Sampling when the parent population is of Pearson’s Type III.” Biometrika 21(1929) : 287 -293.

D’Agostino, R. B., and M. A. Stephens. Goodness-of-fit techniques. New York : Marcel Dekker, 1986.

Griffis, V.W., and J.R. Stedinger. “Log-Pearson type 3 distribution and its Application in flood frequency analysis. III : sample skew and weighted skew estimators.” Journal of Hydrologic Engineering 14(2009) : 121 - 130.

Kirby, W. “Computer – oriented Wilson – Hilferty transformation that preserves the first three moment and the lower bound of the Pearson type 3 distribution.” Water Resources Research 8(1972) : 1251 – 1254.

McMahon, T.A., and A.J. Miller. “Application of the thomas and fiering model to skewed hydrologic data.” Water Resources Research 7(1971) : 1338 – 1340.

McMahon, T.A., and R. Srikanthan. “Log Pearson III distribution – is it applicable to flood frequency analysis of Australian streams.” The Journal of Hydrology 52 (1981) : 139–147.

Rittima, A. Statistics for hydrology [Online]. Accessed 24 November 2008. Available from http://www.gemu.net.civil/areeya.index

Shabri, A. “A comparison of plotting formulas for the Pearson type III distribution.” The Jurnal Teknologi Malaysia 36(2002) : 61-74.

Tasker, G. D., and J. R. Stedinger. “Regional skew with weighted LS regression.” Water Resour. Plann. Manage, 112(1986) : 225-237.

Vogel, R.M. “The probability plot correlation coefficient test for the normal, lognormal, and Gumbel distributional hypotheses.” Water Resources Research 22(1986) : 587–590.

Vogel, R.M., and M. Fennessey. “*L* Moment Diagrams Should Replace Moment Diagrams.” Water Resources Research 29(1993) : 1745 - 1752.

Vogel, R.M., and C.N. Kroll. “Low-flow frequency analysis using probability plot correlation coefficients.” The Journal of Water Resources Planning and Management 115 (1989): 338–357.

Vogel, R.M., and D.E. McMartin. "Probability Plot Goodness – of – Fit and Skewness Estimation Procedures for the Pearson Type 3 Distribution." Water Resources Research 27(1991) : 3149 – 3158.

Wallis, J. R., N. C. Matalas, and J. R. Slack. "Just a moment." Water Resources Research 10(1974a) : 211-219.

Wallis, J. R., N. C. Matalas, and J. R. Slack. "Just a moment" Springfield (1974b) : 231-816.

Wilk, M.B., R. Gnanadesikan, and M.J. Huyett. "Probability plots for the gamma distribution." Techometrics 4(1962) : 1 – 15.

Wilson, E.B., and M.M. Hiferty. "The distribution of Chi – square." Proc.Natl.Acad.Sci. U.S.A. 17(1931) : 684 – 688.

ภาคผนวก

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้โดยพิจารณาจากค่าประมาณของค่าเอนเอียงหรือค่า Bias และค่าประมาณของรากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแบบ P3 สามตัว คือ ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u และ G_s โดยใช้การจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo method) ซึ่งเป็นการศึกษาในรูปแบบของการจำลองสถานการณ์ที่มีการทำซ้ำ 5,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด และอาศัยโปรแกรมทางสถิติ MINITAB 11 for windows ช่วยในการศึกษาและวิเคราะห์ผลโดยมีรายละเอียดดังนี้

ความหมายของตัวแปรในโปรแกรม

MCONSTANT : ตัวแปรที่เป็นค่าคงที่

MU	ค่าเฉลี่ย
SD	ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
GAMMA	ค่าความเบ้
N	ขนาดตัวอย่าง
I	จำนวนครั้งในการสุ่มข้อมูล
L	การดำเนินการสุ่มข้อมูล (1 - I)
S	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปร M
MBAR	ค่าเฉลี่ยของตัวแปร M
GBAR	กำหนดให้เป็นตัวแปร G1
BIASG	ค่า Bias ของตัวประมาณเอนเอียง G
BIASGU	ค่า Bias ของตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u
BIASGS	ค่า Bias ของตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s
RMSEG	ค่า RMSE ของตัวประมาณเอนเอียง G
RMSEGU	ค่า RMSE ของตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u
RMSEGS	ค่า RMSE ของตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s

MCOLUMN : ตัวแปรที่เป็นคอลัมน์

ZP	การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน
G	ตัวประมาณเอนเอียง G
GU	ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u
GS	ตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s

แสดงรายละเอียดของโปรแกรม

บรรทัดที่

```
1    MACRO
2    COMPARISON
3    MCONSTANT   GAMMA MU SD N I L K1 K3 SM  MBAR GBAR M2 M3
     MCONSTANT   M4 M5 M6 M7 M8 M9 M10 M11 M13 M14 M15 G1 G2
     MCONSTANT   G3 T1 T2 T5 T8 T11 BIASG  BIASGU  BIASGS  RMSEG
     MCONSTANT   RMSEGU  RMSEGS
4    MCOLUMN     ZP K2 K4 K5 K6 K7 M M1 M12 G GU GS T3 T4 T6 T7 T9
     MCOLUMN     T10
5    LET GAMMA = 0.25
6    LET MU = 0
7    LET SD = 1
8    LET N = 10
9    LET  I = 5000
10   DO L = 1:I
```

จำลองตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ P3 โดยวิธี Wilson Hilferty transformation

```
11   Random N ZP;
     Normal  0   1.
12   LET K1 = 2/GAMMA
13   LET K2 = (GAMMA*ZP)/6
```

บรรทัดที่

```
LET K3 = GAMMA**2/36
LET K4 = (1+K2-K3)**3
LET K5 = K1*K4
LET K6 = K1*K5
LET K7 = K6-K1
LET M = MU + (VAR*K7)
```

คำนวณค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณเอนเอียง G

```
LET SM = STDEV(M)
LET MBAR = MEAN(M)
LET M1 = M**3
LET M2 = SUM(M1)
LET M3 = M2/N
LET M4 = S**2
LET M5 = 3*MBAR*M4
LET M6 = MBAR**3
LET M7 = 1/S**3
LET G1 = M7*(M3-M5-M6)
```


คำนวณค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณไม่เอนเอียง G_u

```
LET GBAR = G1
LET M8 = 1+(6.51/N)+(20.2/N**2)
LET M9 = (1.48/N)+(6.77/N**2)
LET M10 = M9*(GBAR**2)
LET G2 = GBAR*(M8+M10)
```

คำนวณค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ได้จากตัวประมาณไม่เอนเอียง G_s

```
LET M11 = 1+(6/N)
LET M12 = (M-MBAR)**3
LET M13 = SUM(M12)
LET M14 = N*M13
```

บรรทัดที่

```
LET M15 = (N-1)*(N-2)*(S**3)
LET G3 = M11*(M14/M15)
LET G(L) = G1
LET GU(L) = G2
LET GS(L) = G3
ENDDO
```

คำนวณค่า Bias ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u **และ** G_s

```
LET T1 = SUM(G)/I
LET BIASG = T1-GAMMA
LET T2 = SUM(GU)/I
LET BIASGU = T2-GAMMA
LET BIASGS = MEAN(GS) - GAMMA
```

คำนวณค่า RMSE ของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความเบ้ G, G_u **และ** G_s


```
LET T3 = G - GAMMA
LET T4 = T3**2
LET T5 = SUM(T4)/I
LET RMSEG = SQRT(T5)
LET T6 = GU - GAMMA
LET T7 = T6**2
LET T8 = SUM(T7)/I
LET RMSEGU = SQRT(T8)
LET T9 = GS - GAMMA
LET T10 = T9**2
LET T11 = SUM(T10)/I
LET RMSEGS = SQRT(T11)
PRINT  BIASG BIASGU BIASGS RMSEG RMSEGU  RMSEGS
ENDMACRO
```

หมายเหตุ สำหรับการจำลองข้อมูลเพื่อวิเคราะห์ทุกกรณีที่ศึกษา ใช้โปรแกรมเดียวกันนี้โดย เปลี่ยนค่าต่างๆ ขึ้นอยู่กับกรณีที่ศึกษา

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ - สกุล	นางสาวจุฑามาศ รอดเนียม
ที่อยู่	114 หมู่ 4 ตำบลทอนหงส์ อำเภอพรหมคีรี จังหวัดนครศรีธรรมราช 80320

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2550	สำเร็จการศึกษาปริญญาการศึกษาบัณฑิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ
พ.ศ.2550	ศึกษาต่อระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร